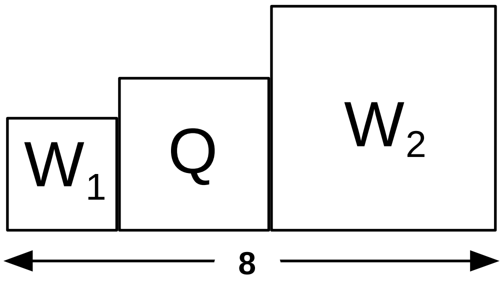
1.



W_1 und W_2 sind Würfel; die Kante des zweiten ist doppelt so lang wie die des ersten.
Q ist ein Quader mit quadratischem Grundriss und der Höhe 2.
Wie muss man die Länge 8 aufteilen, damit das Gesamtvolumen maximal wird?

6 Punkte

W1:	Kanten x	$V_1 = x^3$
W2:	Kanten 2x	$V_3 = (2x)^3 = 8x^3$
Q:	Kanten $8-3x,\ 8-3x,\ 2$	$V = (8-3x)^2 \cdot 2 = 128 - 96x + 18x^2$

$$V(x) = 9x^3 + 18x^2 - 96x + 128$$
$$V'(x) = 27x^2 + 36x - 96 = 0$$

Die Lösungen der Gleichung sind (TR): $x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 < o$ unbrauchbar.

Aufteilung in Strecken von: $\frac{4}{3}$, 4, $\frac{8}{3}$

2. Gegeben ist die Funktion: $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$.
Sie hat im Wendepunkt $W(-1|2)$ die Steigung -3.
Berechnen Sie die Gleichung der Funktion!

7 Punkte

$$f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$$
$$f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2 + c$$
$$f''(x) = 20ax^3 + 6bx$$

Für $x = -1$ gilt:	$f(-1) = 2 = -a - b - c$	(durch $W(-1|2)$)
Für $x = -1$ gilt:	$f'(-1) = -3 = 5a + 3b + c$	(Steigung -3)
Für $x = -1$ gilt:	$f''(-1) = 0 = -20a - 6b$	(Wendepunkt)

Die Lösungen des Systems sind (TR):

$$a = \frac{3}{8},\ b = -\frac{5}{4},\ c = -\frac{9}{8} \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{3}{8}x^5 - \frac{5}{4}x^3 - \frac{9}{8}x$$

3. Gegeben ist die Funktion: $f(x) = \frac{1}{32}(x^2-4)(x^2-20)$

Untersuchen Sie folgende Punkte:

- Symmetrie
- Verhalten im Unendlichen
- Nullstellen (exakt)
- Extrema (exakt)
- Wendepunkte

Zeichnen Sie einen Graph mit:

- den gefundenen Punkten
- den Tangenten in Nullstellen und Wendepunkten

11 Punkte

$$f(x) = \tfrac{1}{32}(x^2-4)(x^2-20) = \tfrac{1}{32}(x^4-24x^2+80)$$
$$f'(x) = \tfrac{1}{32}(4x^3-48x) = \tfrac{4}{32}(x^3-12x) = \tfrac{x}{8}(x^2-12)$$
$$f''(x) = \tfrac{1}{8}(3x^2-12) = \tfrac{3}{8}(x^2-4) = \tfrac{3}{8}(x+2)(x-2)$$

Symmetrie zur y-Achse, f(x) hat nur gerade Exponenten.

Verhalten im Unendlichen wie $f(x) = x^4$: $x \to \pm\infty \Rightarrow y \to \infty$

Nullstellen: $f(x) = \frac{1}{32}(x^2-4)(x^2-20) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ und $x = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

Extrema: $f'(x) = \frac{x}{8}(x^2-12) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$

Wendepunkte: $f''(x) = \frac{3}{8}(x+2)(x-2) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

Zusammenstellung:

		x	y = f(x)	m = f′(x)
Nullstellen	$N_{1,2}$	$\pm 2\sqrt{5} \approx \pm 4.5$	0	$\pm 2\sqrt{5} \approx \pm 4.5$
Wendepunkte und Nullstellen	$W_{1,2}$	± 2	0	∓ 2
Maximum	M_1	0	2.5	
Minima	$M_{2,3}$	$\pm 2\sqrt{3} \approx \pm 3.5$	-2