1. Leiten Sie $f:\ y = \dfrac{\ln(2x+1)}{x\cdot\sqrt{x}}$ ab, ohne das Resultat weiter zu vereinfachen.

$$y = \frac{\ln(2x+1)}{x^{1.5}} \quad\Rightarrow\quad y' = \frac{\frac{1}{2x+1}\cdot 2\cdot x^{1.5} - 1.5x^{0.5}\cdot\ln(2x+1)}{x^3}$$

Der Ausdruck ist zuerst einmal ein Bruch, Quotientenregel benützen!.
Kettenregel beachten beim ln!
Der Nenner benötigt, wenn Sie die Vereinfachung nicht benützen, die Produktregel! 3 Punkte

[Kurzaufgabe aus der Vorprüfung 04, Reimann, 3 von total 28 Punkten.]

2. Bestimmen Sie für $f:\ y = x\cdot e^{ax}$ den Parameter a so, dass f an der Stelle $x = 2$ ein Extremum hat.

$$f'(x) = 1\cdot e^{ax} + x\cdot e^{ax}\cdot a = e^{ax}(1+ax) \quad\Rightarrow\quad f'(2) = e^{2a}(1+2a) = 0 \quad\Rightarrow\quad 1+2a = 0 \quad\Rightarrow\quad a = -\frac{1}{2}$$

Produktregel (wenn ich schon absichtlich einen Punkt schreibe!) und Kettenregel! 3 Punkte

[Prüfung Reimann vom Oktober 07.]

3. Gegeben sind die Funkt. $f(x) = e^x$ und $h(x) = e^{-x}$, sowie die Gerade $g:\ x = 1$.

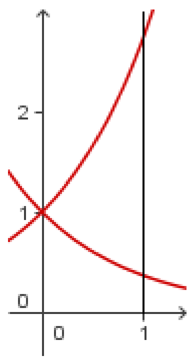
a) Welchen Winkel schliessen die Funktionen f und g im Schnittpunkt ein?

$f'(x) = e^x \Rightarrow f'(1) = e^1 = e = \tan\alpha \quad\Rightarrow\quad \alpha = 69.8°$

das ist der Winkel zur Waagrechten, der Winkel zur Senkrechten ist 90°-69.8°=20.2° 3 Punkte

b) Wie gross ist die von f, g und h eingeschlossenen Fläche? 3 Punkte

$$\int_0^1 (e^x - e^{-x})\,dx = \left[e^x + e^{-x}\right]_0^1 = (e + e^{-1}) - (1+1) = e + \frac{1}{e} - 2$$



Stammfunktion zur Kontrolle ableiten,
dabei die Ketteregel beachten!

[Vorprüfung 96, gekürzt.]

4. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 \ln(x)$

und ihre Ableitung $f'(x) = x \cdot (2 \ln x + 1)$

a) Definitionsbereich: $D = \mathbb{R}^+$

Der Logarithmus ist nur für positive Zahlen definiert!

1 Punkte

b) Nullstelle und Steigung in der Nullstelle

$x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \notin \mathbb{R}^+$ oder $\ln(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

Steigung in der Nullstelle: $f'(1) = 1 \cdot (2 \ln(1) + 1) = 1$

2 Punkte

c) Koordinaten der Extremalstelle

$x = 0 \notin \mathbb{R}^+$ oder $\ln(x) = -0.5 \quad \Rightarrow \quad x = e^{-0.5} \quad \Rightarrow \quad M(e^{-0.5} | -0.5e^{-1})$

2 Punkte

d) Wie verhält sich die Kurve für $x \to \infty$; untersuchen Sie f(x) und f'(x)

1 Punkte

$x \to \infty \quad \Rightarrow \quad f(x) \to \infty$ denn: $x^2 \to \infty$ und $\ln(x) \to \infty$

$x \to \infty \quad \Rightarrow \quad f'(x) \to \infty$ denn: $x \to \infty$ und $2\ln(x) + 1 \to \infty$

[Matur Städt. Gymnasium Bern, gekürzt.]