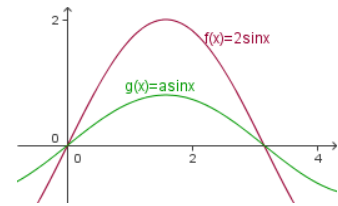


1. f:  $f(x) = 2\sin x$   
 g:  $g(x) = a\sin x$



Eine der kleinen Flächen zwischen f und g hat den Inhalt 2.4.  
 Berechnen Sie a

Die Sinuskurve schneidet die Achse in 0 und  $\pi$  ( $=180^\circ$ ).

$$2.4 = \int_0^\pi (f - g) dx = \int_0^\pi (2\sin x - a\sin x) dx = (2 - a) \int_0^\pi \sin x dx = (2 - a) [-\cos x]_0^\pi$$

$$2.4 = (2 - a)(1 + 1) \Rightarrow a = 0.8$$

2.  $f(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x$   
 $f'(x) = (2ax + b + ax^2 + bx + c) \cdot e^x$

Bestimmen Sie die Parameter a, b, c so, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:

- f schneidet die y-Achse bei 1
- f geht durch den Punkt  $P(1 | -e)$
- f hat ein Extremum bei  $x = 2$ .

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(1) = -e \Rightarrow (a + b + 1) \cdot e = -e \Rightarrow a + b = -2$$

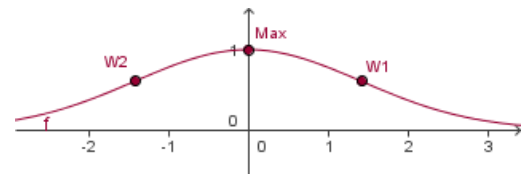
$$f'(2) = 0 \Rightarrow (4a + b + 4a + 2b + 1) \cdot e^2 = 0 \Rightarrow 8a + 3b = -1$$

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ 8a + 3b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -3 \Rightarrow f(x) = (x^2 - 3x + 1) \cdot e^x$$

4. Berechnen Sie die Koordinaten  $(x | y)$  aller Extremal- und Wendepunkte der Funktion  $f(x) = e^{-\frac{x^2}{4}}$  (exakt!)

$$f'(x) = e^{-\frac{x^2}{4}} \cdot \left(-\frac{x}{2}\right) = -\frac{x}{2} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} = 0 \Rightarrow x = 0$$

Das Extremum (Maximum) ist in  $M(0 | 1)$



Produktregel für die 2. Ableitung!

$$f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} - \frac{x}{2} \cdot \left(-\frac{x}{2} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{x^2}{4}\right) \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} = 0 \Rightarrow x^2 = 2$$

Wendepunkte bei  $W_{1,2}(\pm\sqrt{2} | e^{-0.5})$

3. Betrachten Sie die Funktion  $f(x) = -e^{2x} + 3$ .

- Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $f$  mit den Koordinatenachsen exakt.
- Unter welchem Winkel schneidet  $f$  die  $y$ -Achse?
- Vom Punkt  $P(0|3)$  aus soll eine Tangente  $t$  an die Kurve  $f$  gelegt werden. Bestimmen Sie die Gleichung von  $t$ .

a) Schnitt mit der  $y$ -Achse:  $x = 0$   $y = -e^0 + 3 = -1 + 3 = 2$

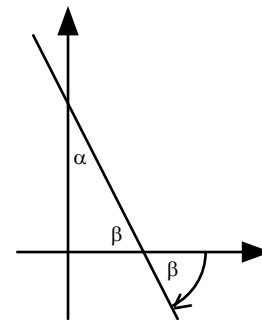
Schnitt mit der  $x$ -Achse:  $y = 0$   $0 = -e^{2x} + 3$   
 $e^{2x} = 3$   
 $2x = \ln 3$   
 $x = \frac{\ln 3}{2} = \ln \sqrt{3}$

b)  $f'(x) = -2e^{2x}$

$f'(0) = -2e^0 = -2 = \tan \beta \Rightarrow \beta = -63.43^\circ$

Gesucht ist der Winkel mit der  $y$ -Achse:

$\alpha = 90^\circ - |\beta| = 26.57^\circ$



c) Sei  $B(u | -e^{2u} + 3)$  der Berührungspunkt auf  $f$ .

dann gilt für die Steigung der Tangente:

$$\frac{3 - (-e^{2u} + 3)}{0 - u} = -2e^{2u}$$

$$\frac{e^{2u}}{-u} = -2e^{2u} \quad | : e^{2u} \quad \cdot -u$$

$$1 = 2u$$

$$u = \frac{1}{2}$$

Der Berührungspunkt ist also bei  $u = 0.5$ , die Steigung in diesem Punkt ist  $f'(0.5) = -2e^1$

und für die Gleichung der Tangente gilt:  $y = -2ex + 3$

