1 Leiten Sie ab:

a) $y = \frac{1}{4}x^2,\ y' = \frac{x}{2}$ $\quad y = 15x^2,\ y' = 30x$ $\quad y = -8x^2,\ y' = -16x$

b) $y = 7x^5,\ y' = 35x^4$ $\quad y = 15x^4,\ y' = 16x^3$ $\quad y = -3x^6,\ y' = -18x^5$

$y = 7x^{28},\ y' = 196x^{27}$ $\quad y = -\frac{3}{5}x^5,\ y' = -3x^4$

c) $y = 1.4x^3 - 3.5x^2 + x,\ y' = 4.2x^2 - 7x + 1$

$y = (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6,\ y' = 2x + 5$

d) $y = -\frac{3}{8}x^6 + \frac{7}{18}x^4 + 2,\ y' = -\frac{9}{4}x^5 + \frac{14}{9}x^3$

$y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5},\ y' = 1 + x + x^2 + x^3 + x^5$

e) $y = 5(x^2 - 3x + 4),\ y' = 5(2x - 3)$

$y = 5x^3(3 - 2x) = 15x^3 - 10x^4,\ y' = 45x^2 - 40x^3$

f) $s = x^2 - \frac{3}{4}ax,\ y' = 2x - \frac{3a}{4}$ $\quad y = \frac{5x^6+4x^3+3}{2a},\ y' = \frac{30x^5+12x^2}{2a}$

2 Berechnen Sie die Steigung des Graphen $y = x^2 - 6x$ für

a) $x = 3$ $\quad f'(x) = 2x - 6$ $\quad f'(3) = 0$

b) $x = -5$ $\quad f'(-5) = -16$

c) $x = 0$ $\quad f'(0) = -6$

3 An welcher Stelle hat der Graph von $y = \dfrac{1}{8}x^2$ die Steigung

a) 1.5 $\quad f'(x) = \frac{1}{4}x = 1.5 \quad \Rightarrow \quad x = 6$

b) −0.5 $\quad f'(x) = \frac{1}{4}x = -0.5 \quad \Rightarrow \quad x = -2$

c) 0 $\quad f'(x) = \frac{1}{4}x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

5 Wo berührt die Parallele zu $y = x$ die Kurve $y = 0.2x^2$

d.h. in welchem Punkt sind die Steigungen(=Ableitungen) gleich:

$1 = 0.4x \quad \Rightarrow \quad x = 2.5 \quad \Rightarrow \quad (2.5|1.25)$

6 Welcher Punkt der Parabel $y = \dfrac{1}{6}x^2$ liegt am nächsten bei der Geraden $y = \dfrac{1}{2}x - 4$:

der Punkt, in dem die Kurve die Steigung $\frac{1}{2}$ hat.

$y' = \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad (1.5|0.375)$

4 Berechnen Sie die fehlenden Zahlen:

a) $y = x^3 - 2x + 1$

$y' = 3x^2 - 2$

x	y	y'
0	1	-2
2	5	10
−3	-20	25

b) $y = 0.25x^4 - x^2$

$y = 0.25x^2(x^2 - 1)$

$y' = x^3 - 2x$

$= x(x^2 - 2)$

x	y	y'
0	0	0
2	0	4
−4	60	-56

c) $y = x^3 - 4x^2$

$= x^2(x - 4)$

$y' = 3x^2 - 8x$

$= x(3x - 8)$

x	y	y'
0	0	0
4	0	16
0	0	0
$\frac{8}{3}$	$-\frac{256}{27}$	0

d) $y = 0.5x^2 + 4x - 5$

$y' = x + 4$

x	y	y'
4	19	8
2	5	6
-10	5	-6
1.66	3	5.66
-9.66	3	-5.66
-6	-11	-2

e) $y = \dfrac{-x^2 + 6x + 7}{8}$

$y' = \dfrac{-2x + 6}{8} = \dfrac{3 - x}{4}$

x	y	y'
- 5	-6	2
-1	0	1
3	2	0
7	-14.25	−1
11	− 6	-2
-5	- 6	0.5

Setze: $\dfrac{-x^2 + 6x + 7}{8} = 2$

Setze: $\dfrac{3 - x}{4} = -1$

7 Wie verhalten sich die folgenden Funktionen für $x \to \pm\infty$

a) $y = 7x^2 - 31x$ $\quad y \to +\infty$

b) $y = 3x^5 + 4x^4 - 7x^3 + 100$ $\quad y \to \pm\infty$

c) $y = 3(1 - x^2)$ $\quad y \to -\infty$

d) $y = (x - x^2)(3x + x^3) = -x^5 + x^4 - 3x^3 + 3x^2$ $\quad y \to \mp\infty$