

$$y = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

Zuerst werden Zähler und Nenner einzeln abgeleitet:

$$Z = \sin^2 x = (\sin x)^2 = u^2 \quad \text{und} \quad u = \sin x$$

$$Z' = 2u = 2 \sin x \quad u' = \cos x$$

Damit ist: $Z' = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \sin x \cos x$

$$N = \cos^2 x = (\cos x)^2 = u^2 \quad \text{und} \quad u = \cos x$$

$$N' = 2u = 2 \cos x \quad u' = -\sin x$$

Damit ist: $N' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \sin x \cos x$

Daraus erhalten wir für die Ableitung des Quotienten:

$$\begin{aligned} y &= \frac{2 \sin x \cos x \cdot \cos^2 x - (-2 \sin x \cos x) \cdot \sin^2 x}{\cos^4 x} \\ &= \frac{2 \sin x \cos^3 x + 2 \sin^3 x \cos x}{\cos^4 x} = \frac{2 \sin x \cos x (\cos^2 x + \sin^2 x)}{\cos^4 x} \\ &= \frac{2 \sin x \cdot 1}{\cos^3 x} = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} \end{aligned}$$

sin² x + cos² x = 1