

$$f(x) = \frac{1}{3} (4x^3 - x^4)$$

VORBEREITUNGEN

$$f(x) = \frac{1}{3} (4x^3 - x^4) = \frac{x^3}{3} (4 - x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} (12x^2 - 4x^3) = \frac{4x^2}{3} (3 - x)$$

$$f''(x) = \frac{1}{3} (24x - 12x^2) = \frac{12x}{3} (2 - x) = 4x(2 - x)$$

Wenn immer möglich faktorisieren;
das erleichtert die Übersicht.

DEFINITIONSBEREICH: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

SYMMETRIE: KEINE ERKENNBARE

VERHALTEN FÜR $x \rightarrow \pm\infty$

$$x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$$

Es genügt x^3 zu untersuchen!

NULLSTELLEN

$$f(x) = \frac{1}{3} (4x^3 - x^4) = \frac{x^3}{3} (4 - x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

STELLEN MIT WAAGRECHTEN TANGENTEN

$$f'(x) = \frac{1}{3} (12x^2 - 4x^3) = \frac{4x^2}{3} (3 - x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$

WENDEPUNKTE

$$f''(x) = \frac{1}{3} (24x - 12x^2) = 4x(2 - x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$$

ÜBERSICHT

x	f(x)	f'(x)	
0	0	0	Terrassenpunkt und Nullstelle
4	0	$-21\frac{1}{3}$	Nullstelle
3	9	0	Maximum
2	$5\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	Wendepunkt
-1	$-1\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	Zusatzpunkt

Beim Zeichnen des Graphen zeigt sich, dass ein zusätzlicher Punkt nützlich wäre.

GRAPH

