

Eine zum Ursprung symmetrische Parabel 5. Ordnung geht durch $P(1|3)$ und berührt die x-Achse bei $x = -2$.

"berührt die x-Achse bei $x = -2$ " heisst zweierlei: Der Punkt liegt auf der x-Achse.
 $P(-2|0)$.
In diesem Punkt ist die Steigung $m = 0$.

Ansatz: $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$ dank Symmetrie einfacherer Ansatz!
 $f'(x) = 5ax^4 + 3bx^2$

| | | | | |
|--------------|---------|--------------|--|-----|
| $P(1 3)$ | ergibt: | $f(1) = 3$ | $\left \begin{array}{l} 3 = a + b + c \end{array} \right $ | (1) |
| $B(-2 0)$ | | $f(-2) = 0$ | $\left \begin{array}{l} 0 = -32a - 9b - 2c \end{array} \right $ | (2) |
| $m = 0$ in B | | $f'(-2) = 0$ | $\left \begin{array}{l} 0 = 80a + 12b + c \end{array} \right $ | (3) |

Bei diesem Gleichungssystem lohnt sich der Einsatz des Taschenrechners einigermassen.

Lösungen:

$$\mathbf{a = \frac{1}{3}}$$
$$\mathbf{b = -\frac{8}{3}}$$
$$\mathbf{c = \frac{16}{3}}$$

Gleichung: $\mathbf{f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{16}{3} = \frac{3}{3}(x^4 - 8x^2 + 16)}$