

$P(1|4)$ ist Wendepunkt einer zur y -Achse symmetrischen Parabel 4. Ordnung.
Die Wendetangente in P schneidet die x -Achse bei $x=2$.

Vorarbeit: Wenn die Tangente in $P(1|4)$ die x -Achse bei $x = 2$ schneidet, dann lässt sich aus diesen beiden Punkten die Steigung der Tangente berechnen:

$$m = \frac{4 - 0}{1 - 2} = -4$$

Ansatz: $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ dank Symmetrie einfacherer Ansatz!
 $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$
 $f''(x) = 12ax^2 + 2b$

$P(1 4)$	ergibt :	$f(1) = 4$	$\left \begin{array}{l} 4 = a + b + c \\ -4 = 4a + 2b \\ 0 = 12a + 2b \end{array} \right $	(1)
$m = -4$ in P		$f'(1) = -4$		(2)
P ist Wendepunkt		$f''(1) = 0$		(3)

(3) - (2) ergibt: $4 = 8a$

Damit hat man die Lösungen:

$$\mathbf{a = \frac{1}{2}}$$
$$\mathbf{b = -3}$$
$$\mathbf{c = \frac{13}{2}}$$

und die Gleichung: $\mathbf{f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{13}{2}}$