

Eine Parabel 3. Ordnung schneidet die Gerade $g: 6x + y - 18 = 0$ auf den Koordinatenachsen und berührt die Gerade $h: 5x + y - 10 = 0$ bei $x=2$.

Vorarbeit: Daten beschaffen

$$6x + y - 18 = 0 \iff 6x + y = 18 \iff \frac{x}{3} + \frac{y}{18} = 1$$

Die Achsenschnittpunkte sind in $(3 | 0)$ und $(0 | 18)$

$$h: 5x + y - 10 = 0 \iff y = -5x + 10$$

Daraus ergibt sich: $m = -5$ und der Punkt $(2 | 0)$

Ansatz:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Gleichungssysteme

$(3 0)$	ergibt :	$f(3) = 0$	$0 = 27a + 9b + 3c + d$	(1)
$(0 18)$		$f'(0) = 18$	$18 = d$	(2)
$(2 0)$		$f(2) = 0$	$0 = 8a + 4b + 2c + d$	(3)
$m = -5$ in $(2 0)$		$f'(2) = -5$	$-5 = 12a + 4b + c$	(4)

Auflösung ganz oder teilweise mit dem Taschenrechner.

(2) einsetzen:

$$\begin{cases} -18 = 27a + 9b + 3c & (5) \\ -18 = 8a + 4b + 2c & (6) \\ -5 = 12a + 4b + c & (4) \end{cases}$$

Ab hier lohnt sich der Einsatz des Taschenrechners:

Damit hat man die Lösungen:

$$\mathbf{a = 1}$$
$$\mathbf{b = -2}$$
$$\mathbf{c = -9}$$
$$\mathbf{d = 18}$$

und die Gleichung:

$$\mathbf{f(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18}$$