

Eine Parabel 3. Ordnung hat in P(-1|6) ein Extremum und in Q(1|-10) die Steigung $m=-12$.

Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

P(-1 6)	ergibt :	$f(-1) = 6$	$\left \begin{array}{l} 6 = -a + b - c + d \\ 0 = 3a - 2b + c \\ -10 = a + b + c + d \\ -12 = 3a + 2b + c \end{array} \right $	(1)
Extremum in P		$f'(-1) = 0$		(2)
Q(1 -10)		$f(1) = -10$		(3)
$m = -12$ in Q		$f'(1) = -12$		(4)

Auflösung ganz oder teilweise mit dem Taschenrechner.

d eliminiert sich ganz einfach von Hand:

$$(1) - (3): \quad 16 = -2a \quad -2c$$

und damit hat man:

$$\left| \begin{array}{l} 16 = -2a \quad -2c \\ 0 = 3a - 2b + c \\ -12 = 3a + 2b + c \end{array} \right| \begin{array}{l} (5) \\ (2) \\ (4) \end{array}$$

jetzt könnte man aber auch gleich noch b eliminieren: (2) - (4):

$$\left| \begin{array}{l} 16 = -2a - 2c \\ -12 = 6a + 2c \end{array} \right| \begin{array}{l} (5) \\ (6) \end{array}$$

und nochmals addieren: $4 = 4a$

Damit hat man die Lösungen:

$a = 1$
 $b = -3$
 $c = -9$
 $d = 1$

und die Gleichung: **$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$**