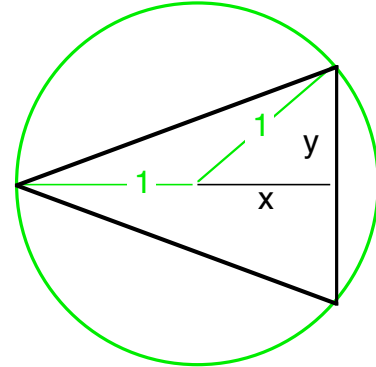


Einem Kreis mit dem Radius  $r=1$  soll das flächengrösste gleichschenklige Dreieck einbeschrieben werden. Wie lang sind seine Seiten?

**Hauptfunktion**

$$A = y(x + 1)$$



**Zusammenhang zwischen den 2 Variablen x und y:**

Zeichnen Sie Radien immer so ein, dass sie mit der Figur einen Zusammenhang haben!

Aus dem Satz des Pythagoras ergibt sich:  $x^2 + y^2 = 1$

Wenn wir diese Gleichung nach x oder y auflösen ergeben sich Wurzeln, die man hier wie bei vielen anderen Beispielen vermeiden kann!

**Trick! Arbeiten Sie mit dem Quadrat der Funktion, wenn Sie so Wurzelausdrücke vermeiden können!**

Neue Hauptfunktion:  $Q = A^2 = y^2(x + 1)^2$

und mit  $y^2 = 1 - x^2$   $Q(x) = (1 - x^2)(x + 1)^2 = (1 - x^2)(x^2 + 2x + 1) = -x^4 - 2x^3 + 2x + 1$

**Ableiten und Null setzen!**

$Q'(x) = -4x^3 - 6x^2 + 2 = 0$  mit den Lösungen:  $x_1 = x_2 = -1$   $x_3 = 0.5$

$x_3$  ist tatsächlich ein Maximum:  $Q''(x) = -12x^2 - 12x + 2$

$$Q''(0.5) = -3 - 6 + 2 < 0$$

Für  $x_3 = 0.5$  ergibt sich:  $y^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$$s^2 = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = 3$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad 2y = \sqrt{3} \quad s = \sqrt{3}$$

Das Dreieck ist gleichseitig!