

$$f: y = x, \quad g: y = x^3$$

Die Fläche zwischen den beiden Kurven rotiert um die x-Achse. Das Volumen des Rotationskörpers ist gesucht.

Die Figur ist punktsymmetrisch;
Wir rechnen nur für die Hälfte.

Schnitt:

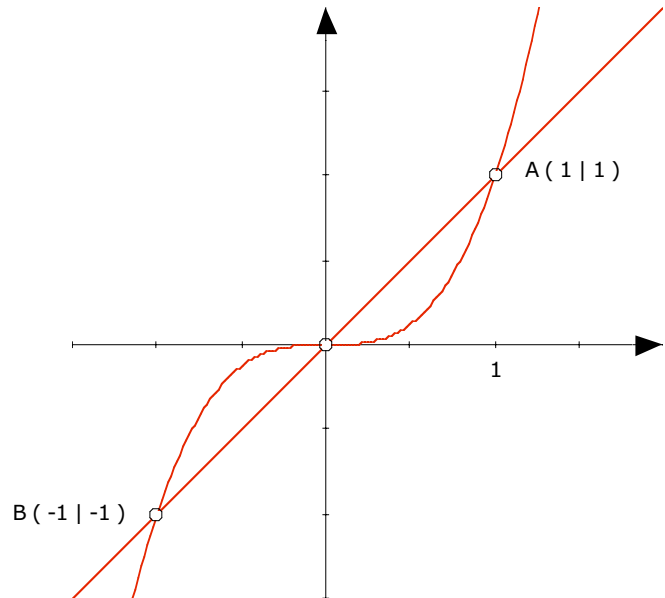
$$x^3 = x$$

$$x^3 - x = 0$$

$$x(x^2 - 1) = 0$$

$$x(x+1)(x-1) = 0$$

Schnittstellen bei 0, 1, -1



Für das Gesamtvolumen gilt:

$$V = 2\pi \int_0^1 (x^2 - x^6) dx$$

$$= 2\pi \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^7}{7} \right]_0^1 = 2\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right)$$

$$\mathbf{V = \frac{8\pi}{21}}$$