

Skizzieren Sie die Parabel p und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, welche begrenzt wird von der y-Achse, der Parabel und der Tangente im Wendepunkt.

$$p: y = 3x(x^2 - 3x + 2)$$

Nullstellen bei $x = 0$, $x = 1$ und $x = 2$

$$\text{denn: } 3x(x^2 - 3x + 2) = 3x(x - 1)(x - 2) = 0$$

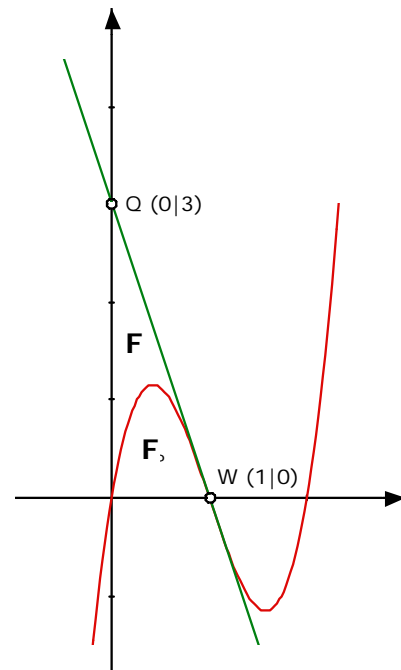
Wendepunkt

$$y = 3x^3 - 9x^2 + 6x$$

$$y' = 9x^2 - 18x + 6$$

$$y'' = 18x - 18 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

Wendepunkt in $P(1|0)$ mit $f'(1) = -3$



Wendetangente: $y - 0 = -3(x - 1) \quad \Rightarrow \quad y = -3x + 3$

Die Wendetangente schneidet die y-Achse in $Q(0|3)$.

Die Fläche des Dreieck OPQ ist: $F_D = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2}$

Fläche zwischen Parabel und x-Achse:

$$F_p = \int_0^1 (3x^3 - 9x^2 + 6)dx = \left[\frac{3x^4}{4} - 3x^3 + 3x^2 \right]_0^1 = \left(\frac{3}{4} - 3 + 3 \right) - 0 = \frac{3}{4}$$

Die **gesuchte Fläche** ist: $F = F_D - F_p = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$