

Die Parabel p zerlegt das Quadrat ABCD mit $A(0|0)$ und $B(4|0)$, das im 1. Quadranten liegt, in drei Teile. Zeigen Sie dies und bestimmen Sie den Inhalt der drei Flächen.

$$p: y = 3x^2 - x^3$$

Mini-Kurvendiskussion

$$y = 3x^2 - x^3 = x^2(3 - x)$$

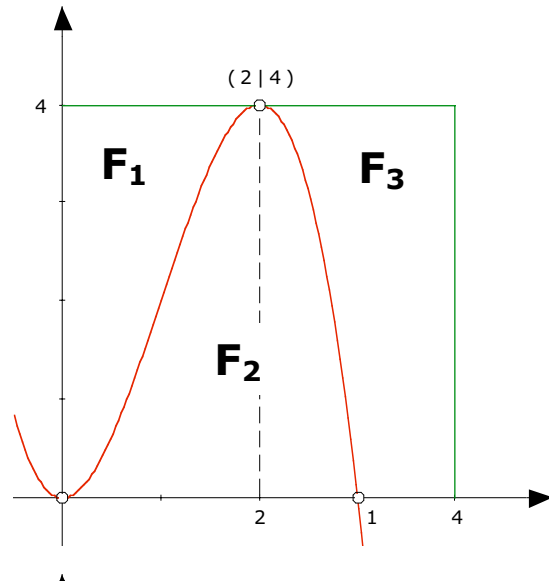
$$y' = 6x - 3x^2 = 3x(2 - x)$$

Nullstelle und Minimum: $(0|0)$

Zweite Nullstelle: $(3|0)$

Maximum: $(2|4)$

Alle drei Punkte liegen auf dem Quadrat.



Berechnung von F_1

$$g - p = 4 - (3x^2 - x^3) = x^3 - 3x^2 + 4$$

$$\int_0^2 (x^3 - 3x^2 + 4) dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + 4x \right]_0^2 = (4 - 8 + 8) - 0 = 4 \quad \mathbf{F_1 = 4}$$

Berechnung von F_2

$$\int_0^3 (3x^2 - x^3) dx = \left[x^3 - \frac{x^4}{4} \right]_0^3 = \left(27 - \frac{81}{4} \right) - 0 = 6.75 \quad \mathbf{F_2 = 6.75}$$

Berechnung von F_3

$$F_3 = F_{\text{Quadrat}} - F_1 - F_2 = 16 - 4 - 6.75 = 5.25 \quad \mathbf{F_3 = 5.25}$$