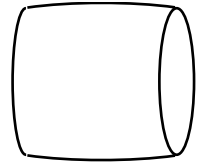


[Kantonsschule Frauenfeld Matur 2002]

Holzfässer sind natürlich keine Zylinder. Die Dauben (Seitenbretter) sind eigentlich kreisförmig gebogen. Das abgebildete Bierfass ist 40 cm hoch. Die Durchmesser der beiden Standflächen sind je 30 cm, der grösste Durchmesser auf der Höhe des Spundlochs misst 40 cm. Die Daube kann – wenn das Fass liegt – näherungsweise durch eine Polynom 2. Grades beschrieben werden.



- Legen Sie durch einen Längsschnitt des Fasses auf möglichst einfache Art ein Koordinatensystem und berechnen Sie die Gleichung dieses Polynoms.
- Berechnen Sie das Volumen des Fasses! (Exakt und in Litern)
- Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Fassregel von Kepler: $V = h(Q_1 + 4Q_2 + Q_3)/6$. Dabei sind: Q_1 und Q_3 die Grund- und Deckfläche, Q_2 die grösste Querschnittsfläche.

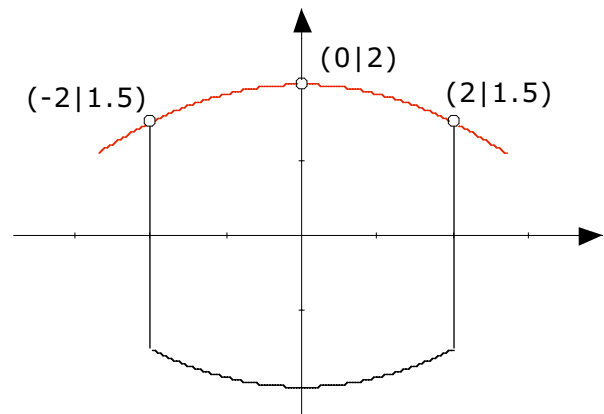
a) Ansatz: $y = ax^2 + 2$

Denn die Kurve ist symmetrisch und hat den Scheitelpunkt $(0|2)$.

Ausserdem geht sie durch $(2|1.5)$.

$$1.5 = -4a + 2$$

$$a = \frac{1}{8}$$



Der Graph hat die Gleichung $y = 2 - \frac{1}{8}x^2$

- b) Rotationsvolumen:

$$V = 2\pi \int_0^2 \left(4 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{64}\right) dx = 2\pi \left[4x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{320}\right]_0^2 = 2\pi \left(8 - \frac{4}{3} + \frac{1}{10}\right) = \frac{203\pi}{15}$$

Das sind ungefähr 42.5 Liter

- c) Fassregel von Kepler:

$$V = \frac{4 \cdot (1.5^2\pi + 4 \cdot 2^2\pi + 1.5^2\pi)}{6} = \frac{41\pi}{3} \approx 42.9 \text{ Liter}$$