Bestimmen Sie die Berührpunkte derjenigen Tangenten an den Graphen der Funktion f, die durch den Ursprung des Koordinatensystems gehen.

$f: \quad f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 4$

Annahme: der Berührungspunkt sei an der Stelle $x = u$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 4 \qquad f(u) = -\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4 \qquad B\left(u / -\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4\right)$

$f'(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x \qquad f'(u) = -\frac{3}{2}u^2 + 6u \qquad m = -\frac{3}{2}u^2 + 6u$

Daraus ergibt sich für die Tangentengleichung: $y - (-\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4) = (-\frac{3}{2}u^2 + 6u)(x - u)$

und für $(0/0) \in$ dieser Tangente:

$$0 - (-\frac{1}{2}u^3 + 3u^2 + 4) = (-\frac{3}{2}u^2 + 6u)(0 - u)$$
$$+\frac{1}{2}u^3 - 3u^2 - 4 = \frac{3}{2}u^3 - 6u^2$$
$$0 = u^3 - 3u^2 + 4$$

LÖSUNG DER GLEICHUNG

Ausprobieren:

$x = 1 \qquad 1 - 3 + 4 = 2$

$x = -1 \qquad -1 - 3 + 4 = 0$

$x_1 = -1$ ist Lösung; wir zerlegen die Gleichung:

$$u^3 - 3u^2 \quad + 4 = (u+1)(u^2 - 4u + 4) = (u+1)(u-2)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{2,3} = 2$$

$$\begin{array}{l} u^3 - u^2 \\ \hline \quad -4u^2 \\ \quad -4u^2 - 4u \\ \hline \qquad\quad 4u + 4 \end{array}$$

Die Berührungspunkte sind $B_1(-1/7.5)$ und $B_2(2/12)$