

$y = \frac{6x^n - px + 1}{ax - b}$ ist die Gleichung einer Kurve, deren Asymptoten die Gleichungen $x=4$ und $y=3x^2+12x$ besitzen. Wie heisst die Kurvengleichung?

Wenn die Funktion für $x = 4$ einen Pol hat, dann ist der Nenner für $x = 4$ Null:

$$4a - b = 0$$

$$b = 4a$$

Wenn man bei einer gebrochenen Funktion den Zähler durch den Nenner dividiert, erhält man die Asymptote und einen Rest, der für $x \rightarrow \pm\infty$ gegen Null strebt.

Es ist einfacher rückwärts zu rechnen: $a : b = c \Leftrightarrow c \cdot b = a$

$$(3x^2 + 12x) \cdot (ax - b) = 3ax^3 - 3bx^2 + 12ax^2 - 12bx$$

Das Resultat vergleichen wir mit dem Zähler:

$$\begin{array}{r} 3ax^3 \quad (-3b + 12a)x^2 \quad -12bx \\ 6x^n \quad \quad \quad -px \quad +1 \end{array}$$

Der Vergleich vergleichbarer Glieder zeigt:

$$\begin{array}{r} n = 3 \\ 3a = 6 \\ -3b + 12a = 0 \\ -12b = -p \end{array}$$

Diese Gleichungen ergeben der Reihe nach:

$$\begin{array}{r} n = 3 \\ a = 2 \\ b = 8 \\ p = 96 \end{array}$$

Gleichung der Kurve: $y = \frac{6x^3 - 96x + 1}{2x - 8}$