

Ein gerades Prisma mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche soll bei minimaler Oberfläche ein Volumen von  $V=1\text{m}^3$  haben.

Wie lang muss die Dreieckseite gewählt werden?

[Matur TSME 02, Aufgabe 6]

---

Ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge  $x$  hat die Fläche  $A = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$  (Formelsammlung)

Das Volumen des Prismas ist:  $V = G \cdot h = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = 1$

Damit lässt sich auch die Unbekannte  $h$  ersetzen:  $h = \frac{4}{x^2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3x^2}$

Nun soll die Oberfläche des Prismas minimal werden; sie setzt sich zusammen aus zwei Dreiecksflächen und der Mantelfläche:

$$O = 2 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} + 3xh = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} + \frac{3x \cdot 4\sqrt{3}}{3x^2} = \sqrt{3} \left( \frac{x^2}{2} + \frac{4}{x} \right)$$

$$O' = \sqrt{3} \left( x - \frac{4}{x^2} \right) = 0$$

Wir erhalten  $x^3 = 4 \Rightarrow x = \sqrt[3]{4}$