

$$f: y = \frac{x^3 - 1}{x^2} \quad g: y = x$$

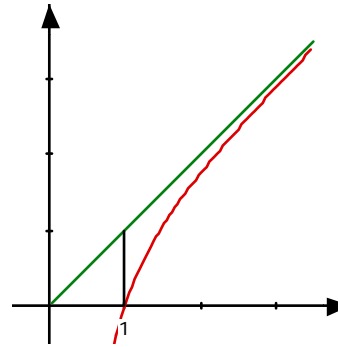
Die Graphen der beiden Funktionen und die x-Achse schliessen im 1. Quadranten eine Fläche ein. Berechnen Sie deren Inhalt.

Schnitt von f mit der x-Achse:

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Die Fläche im Intervall $[0; 1]$ ist ein Dreieck;

$$A_1 = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$



Für die zweite Fläche im Intervall $[1; \infty]$ benötigen wir die Differenz $g - f$:

$$g - f = x - \frac{x^3 - 1}{x^2} = \frac{x^3 - x^3 + 1}{x^2} = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

Für das Integral in $[1; a]$ gilt:

$$\int_1^a x^{-2} dx = \left[-x^{-1} \right]_1^a = \left[-\frac{1}{x} \right]_1^a = -\frac{1}{a} - \left(-\frac{1}{1} \right) = 1 - \frac{1}{a}$$

Damit erhalten wir für die zweite Fläche:

$$A_2 = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{a} \right) = 1$$

Die gesamt gesuchte Fläche ist: $A = A_1 + A_2 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$