

Für welchen Wert von a besitzt der Graph der Funktion $f(x) = x\sqrt{a-x}$ bei $x=4$ ein Extremum?

Für die Bedingung "Extremum" benötigt man die 1. Ableitung:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \cdot \sqrt{a-x} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{a-x}} \cdot (-1) \\ &= \sqrt{a-x} - \frac{x}{2\sqrt{a-x}} \end{aligned}$$

Für $x = 4$ ist diese Ableitung 0:

$$f'(4) = \sqrt{a-4} - \frac{4}{2\sqrt{a-4}} = 0$$

Diese Gleichung wird nun nach a aufgelöst:

$$\begin{aligned} \sqrt{a-4} - \frac{4}{2\sqrt{a-4}} &= 0 \quad | \cdot 2\sqrt{a-4} \\ 2(a-4) - 4 &= 0 \\ 2a - 8 - 4 &= 0 \\ a &= 6 \end{aligned}$$