

Berechnen Sie für die Funktion $f(x) = 2 \cos x + \sin 2x$ die exakten Werte für Nullstellen, Steigung in den Nullstellen und Extrema und zeichnen Sie den Graphen. (Vorprüfung 99)

$$f(x) = 2 \cos x + \sin 2x$$

$$f'(x) = -2 \sin x + \cos 2x \cdot 2 = -2(\sin x - \cos 2x)$$

$$f''(x) = -2(\cos x + \sin 2x \cdot 2) = -2(\cos x + 2 \sin 2x)$$

NULLSTELLEN:

$$\begin{aligned} f(x) = 2 \cos x + \sin 2x &= 2 \cos x + 2 \sin x \cos x = 0 \\ &2 \cos x(1 + \sin x) = 0 \end{aligned}$$

$$\cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 90^\circ \quad f'(90^\circ) = -4$$

$$\sin x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = 270^\circ \quad f'(270^\circ) = 0$$

EXTREMA:

$$f'(x) = -2(\sin x - \cos 2x) = 0$$

$$\sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 0$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

Setzen Sie $\sin x = u$ und lösen Sie die Gleichung

$$2u^2 + u - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = -1, \quad u_2 = 0.5$$

$\sin x$	x	$f(x)$	$f''(x)$	
-1	270°	0	0	Terrassenpunkt
0.5	30°	$1.5\sqrt{3}$	$-3\sqrt{3} < 0$	Maximum
	150°	$-1.5\sqrt{3}$	$3\sqrt{3} > 0$	Minimum

GRAPH

