

Bestimmen Sie a so, dass der Graph der Funktion $f: y = (\cos x)^2 + a \sin x$ bei $x=45^\circ$ eine Tangente mit der Steigung $m=1$ besitzt.

Für die Steigung benötigen wir die Ableitung der Funktion:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \cos x \cdot (-\sin x) + a \cos x \\ &= -2 \sin x \cos x + a \cos x \end{aligned}$$

Einsetzen der gegebenen Werte ergibt:

$$\begin{aligned} f'(45^\circ) &= -2 \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ) + a \cos(45^\circ) \\ 1 &= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 &= -1 + a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 2 &= a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a &= \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$