

Die Graphen der Funktionen $f_1: y = a \cdot \tan x + b$ und $f_2: y = \sqrt{2} \cdot \sin 3x + 2a$ berühren sich bei $x=45^\circ$.

- a) Bestimmen Sie a und b.
 b) Wie heisst die Gleichung der gemeinsamen Tangente an dieser Stelle?

a) "Berühren" heisst: $f_1(45^\circ) = f_2(45^\circ)$ und $f_1'(45^\circ) = f_2'(45^\circ)$

$$f_1: \quad y = a \cdot \tan x + b \qquad f_2: \quad y = \sqrt{2} \cdot \sin 3x + 2a$$

$$y' = a \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \qquad y' = \sqrt{2} \cdot \cos 3x \cdot 3 = 3\sqrt{2} \cdot \cos 3x$$

Damit lässt sich aus $f_1'(45^\circ) = f_2'(45^\circ)$ a berechnen:

$$\frac{a}{\cos^2(45^\circ)} = 3\sqrt{2} \cdot \cos(135^\circ)$$

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$2a = -3$$

$$\mathbf{a = -1.5}$$

aus $a = -1.5$ und $f_1(45^\circ) = f_2(45^\circ)$ ergibt sich:

$$-1.5 \cdot \tan(45^\circ) + b = \sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ) - 3$$

$$-1.5 + b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 3$$

$$= 1 - 3$$

$$\mathbf{b = -0.5}$$

b) Tangente

$$f_1(45^\circ) = -1.5 \cdot \tan(45^\circ) - 0.5$$

$$= -1.5 \cdot 1 - 0.5 = -2$$

$$f_2'(x) = 3\sqrt{2} \cdot \cos(135^\circ)$$

$$= 3\sqrt{2} \cdot (-0.5\sqrt{2}) = -3$$

$$y + 2 = -3\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = -3x + \frac{3\pi - 8}{4}$$