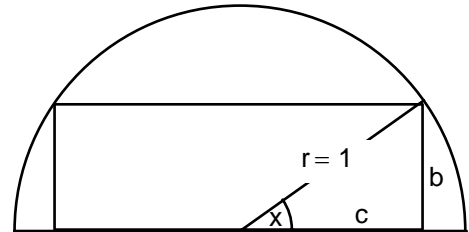


Einem Halbkreis wird ein Rechteck so einbeschrieben, dass eine Seite auf dem Durchmesser liegt. Berechnen Sie das Verhältnis $a : b$ für das Rechteck mit:

- a) maximaler Fläche
- b) maximalem Umfang

Gute Skizze erstellen!

Da nur das Seitenverhältnis gesucht wird, dürfen wir für den Kreisradius 1 setzen.
 c ist die halbe Länge, damit vermeiden wir Brüche.



Nun gilt:

$$\frac{b}{1} = \sin x \Rightarrow b = \sin x$$
$$\frac{c}{1} = \cos x \Rightarrow c = \cos x$$

a) Fläche

$$A = a \cdot b = 2c \cdot b = 2 \cos x \cdot \sin x = \sin 2x$$

"Ableiten und 0 setzen!"

$$A' = 2 \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

(die nächste Lösung von 270° wäre hier nicht mehr sinnvoll)

$$a = 2c = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}, \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b : a = 1 : 2$$

Das Rechteck ist ein doppeltes Quadrat.

b) Umfang

$$u = 2a + 2b = 4c + 2b = 4 \cos x + 2 \sin x$$

"Ableiten und 0 setzen!"

$$u' = -4 \sin x + 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x = 4 \sin x$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{1}{2} = \tan x$$

Im rechtwinkligen Teildreieck unserer Figur gilt:

$$\tan x = \frac{1}{2} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{4}$$

Bemerkung: während sich Aufgabe a (wenn man mit A^2 arbeitet) auch ohne Trigonometrie recht einfach lösen lässt, würde die Aufgabe b auf eine Wurzelgleichung führen.