

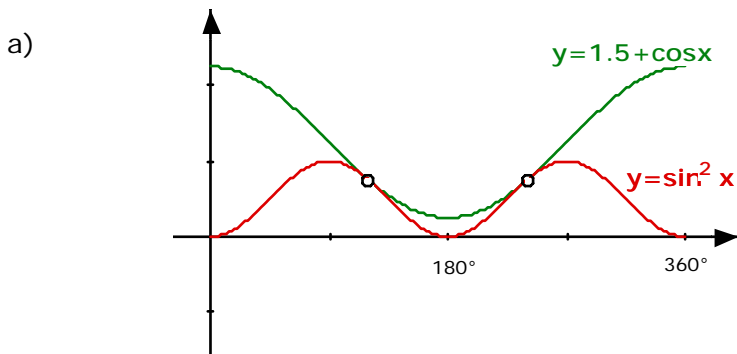
Gegeben seien die beiden Funktionen f und g über dem Intervall  $[0, 2\pi]$ :

$$f(x) = \sin^2(x) \text{ und } g(x) = 1.25 + \cos(x)$$

a) Skizzieren Sie die Graphen der beiden Funktionen in dasselbe Diagramm.

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte und Schnittwinkel der beiden Kurven.

[TSME Matur 1989]



b) Schnittpunkte:

$$\sin^2 x = 1.25 + \cos x$$

$$1 - \cos^2 x = 1.25 + \cos x$$

$$0 = \cos^2 x + \cos x + 0.25$$

$$0 = (\cos x + 0.5)^2$$

Die Gleichung hat eine Doppellösung  $(\cos x)_{1,2} = -0.5$ , woraus man den Schluss ziehen kann, dass sich die Kurven in den gemeinsamen Punkten berühren, also einen Schnittwinkel von  $0^\circ$  haben.

Die Schnittpunkte sind:  $P_1\left(\frac{2\pi}{3} \mid \frac{3}{4}\right)$  und  $P_2\left(\frac{4\pi}{3} \mid \frac{3}{4}\right)$ .

Weitere Bestätigung für die Berührung:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x$$

$$g'(x) = -\sin x$$

$$f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0.5\sqrt{3}$$

$$g'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0.5\sqrt{3}$$

$$f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = g'\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

für den 2. Punkt erhält man durch entsprechende Rechnung beide Male  $0.5\sqrt{3}$