

An welchen Stellen kann die Funktion $f(x) = (\sin x)^2 \cos x$ im Intervall von 0 bis 2π Extremalstellen haben?

[Matur TSME 2000 Kurzaufgabe, Flü]

Für die Ableitung benötigt man die Produkt- und die Kettenregel:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x \cdot \cos x + \sin^2 x \cdot (-\sin x) = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$$

Auflösung der Gleichung:

$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x &= 0 \\ \sin x \cdot (2 \cos^2 x - \sin^2 x) &= 0 \end{aligned}$$

nun gilt:

$$\begin{array}{ll} \sin x = 0 & \text{oder} \\ x = 0 & 2 \cos^2 x = \sin^2 x \\ x = \pi & 2 = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x \\ & \tan x = \pm\sqrt{2} \\ & x = 0.955 \\ & x = 4.097 \\ & x = 5.328 \\ & x = 2.186 \end{array}$$