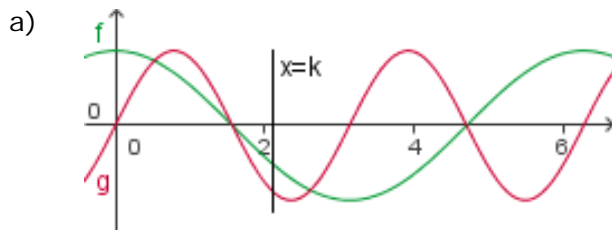


Gegeben sind die Funktionen:  $f: f(x) = \cos x$  und  $g: g(x) = \sin(2x)$

- Skizzieren Sie  $f$  und  $g$  im Intervall  $[0 | 2\pi]$ .
- Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $f$  und  $g$  im Intervall  $[0 | \frac{\pi}{2}]$ .
- Wie gross ist die Fläche, die die Kurven im Intervall  $[\frac{\pi}{2} | \frac{5\pi}{6}]$  einschliessen?
- Durch welche Vertikale  $x=k$  wird diese Fläche halbiert?

[TSME, Vorprüfung 1994]



b) Schnitt:

$$\begin{aligned} \sin(2x) &= \cos x \\ 2 \sin x \cos x &= \cos x \\ 2 \sin x \cos x - \cos x &= 0 \\ \cos x (2 \sin x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

c)

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} (\cos x - \sin 2x) dx = \left[ \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{6}} = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

d)

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^k (\cos x - \sin 2x) dx = \left[ \sin x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^k = \left( \sin k + \frac{1}{2} \cos 2k \right) - \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8}$$

$$8 \sin k + 4 \cos 2k - 4 = 1$$

$$8 \sin k + 4(1 - 2 \sin^2 k) - 5 = 0$$

$$8 \sin^2 k - 8 \sin k + 1 = 0$$

Quadratische Gleichung für  $\sin k$ ;

brauchbare Lösung:  $x_1 = 0.85355 = \sin k \Rightarrow k_2 = 2.119$