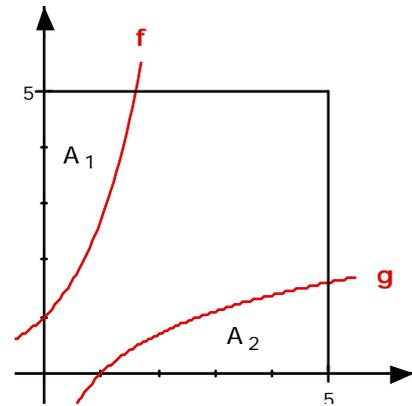


Gegeben sind ein Quadrat ABCD mit  $A(0|0)$ ,  $B(5|0)$ ,  $C(5|5)$ ,  $D(0|5)$  und die beiden Funktionen  $f(x) = e^x$  und  $g(x) = \ln x$ .  
 Berechnen Sie die zwischen  $f(x)$  und  $g(x)$  liegende Fläche des Quadrates (exakt).  
 [Matur TSME, 2000, Flü]

Die Fläche des ganzen Quadrates ist:  $A = 5^2 = 25$

Die Flächen  $A_1$  und  $A_2$  sind gleich gross  
 ( $f$  ist die Umkehrfunktion von  $g$ !);

$A_1$  ist einfacher zu berechnen:



Schnittpunkt von  $f(x) = e^x$  und  $y = 5$  :

$$e^x = 5$$

$$x = \ln 5$$

Damit ergibt sich für die Fläche:

$$A_1 = \int_0^{\ln 5} (5 - e^x) dx = [5x - e^x]_0^{\ln 5} = (5 \ln 5 - e^{\ln 5}) - (0 - e^0) = 5 \ln 5 + 1$$

Damit ergibt sich für die gesuchte Fläche:

$$A = 25 - 2(5 \ln 5 + 1) = \mathbf{23 - 10 \ln 5}$$