

- a) Diskutieren Sie die Funktion $f: y = \frac{4x^2 + 16}{3x}$.
- b) Für welchen Wert von k hat die Fläche, die vom Grafen von f , von der schrägen Asymptote und den Geraden $g: x=1$ und $h: x = k$ (k ist positiv) begrenzt wird, den Inhalt $A=16/3$?
- c) Zieht man im Punkte $P(1|?)$ des Graphen von f die Tangente, bildet diese mit der y -Achse und der erwähnten Asymptote ein Dreieck. Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck?

a) KURVENDISKUSSION

$$f(x) = \frac{4x^2 + 16}{3x} = \frac{4x}{3} + \frac{16}{3x} = \frac{4x}{3} + \frac{16}{3}x^{-1}$$

$$f'(x) = \frac{4}{3} - \frac{16}{3}x^{-2} = \frac{4}{3} - \frac{16}{3x^2} = \frac{4x^2 - 16}{3x^2}$$

$$f(x) = \frac{32}{3}x^{-3} = \frac{32}{3x^3}$$

Definiert für: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Asymptoten: für $x \rightarrow \pm\infty: y = \frac{4x}{3}$ und ein Pol: $x = 0$

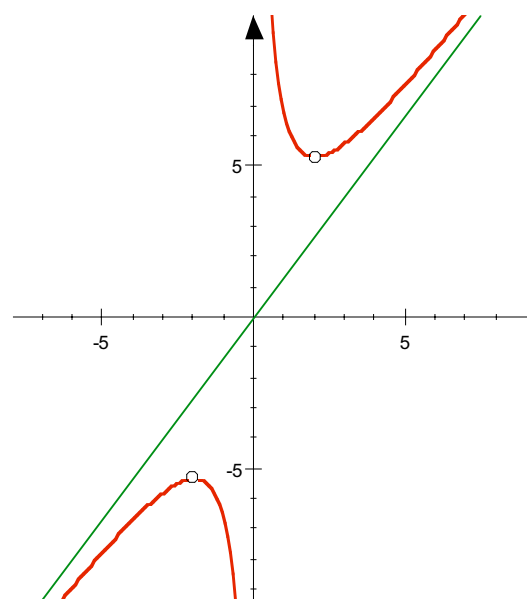
Symmetrisch zum Nullpunkt

Nullstellen: keine

Extrema: $f'(x) = \frac{4x^2 - 16}{3x^2}$
 $4(x^2 - 4) = 0$
 $(\pm 2 | \pm 5\frac{1}{3})$

Wendepunkte: keine

Graph



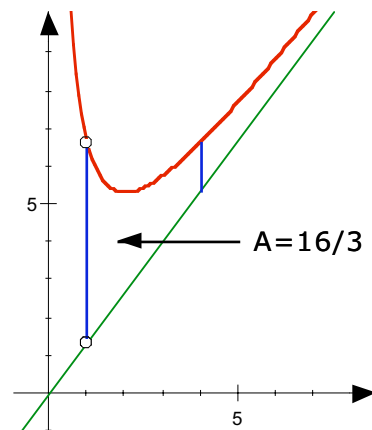
b) k BERECHNEN

$$\int_1^k \left(\frac{4x}{3} + \frac{16}{3}x - \frac{4x}{3} \right) dx = \left[\frac{16}{3} \ln x \right]_1^k$$

$$\frac{16}{3} \ln k - 0 = \frac{16}{3}$$

$$\ln k = 1$$

$$\mathbf{k = e}$$



c) A BERECHNEN

Tangente in $P\left(1 \mid \frac{20}{3}\right)$ mit der Steigung $f'(1) = -4$

Tangentengleichung: $y - \frac{20}{3} = -4(x - 1) \Rightarrow y = -4x + \frac{32}{3}$

Schnitt der Tangente mit der y-Achse: $Q\left(0 \mid \frac{32}{3}\right)$

Schnitt der Tangente mit $y = \frac{4}{3}x$

$$-4x + \frac{32}{3} = \frac{4}{3}x$$

$$-12x + 32 = 4x$$

$$32 = 16x$$

$$x = 2$$

Dreiecksfläche: $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3} \cdot 2 = \frac{32}{3}$

