

Aufgabe 1:

I $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$

- Zeigen Sie, dass gilt: $f(x)' = \frac{-12x}{(x^2 - 4)^2}$

$$f(x)'' = \frac{36x^2 + 48}{(x^2 - 4)^3}$$

- Geben Sie die Definitionsmenge an.
- Untersuchen Sie den Graphen auf Nullstellen und Hoch- bzw. Tiefpunkte.
- Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an, untersuchen Sie dabei auch das Verhalten des Graphen für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$.

II. $f(x) = 2\sqrt{x^2 - c}$

Berechnen Sie c so, dass die Steigung des Graphen im Punkt P(5/y) 2.5 beträgt.

Aufgabe 2:

I. Leiten Sie ab und vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich

a. $f(x) = 0.5 \cdot x^2 \cdot (4x^3 + 1)$

b. $h(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$ Leiten sie ab und zeigen Sie, dass gilt $h'(x) = \frac{1}{(\cos x)^2}$

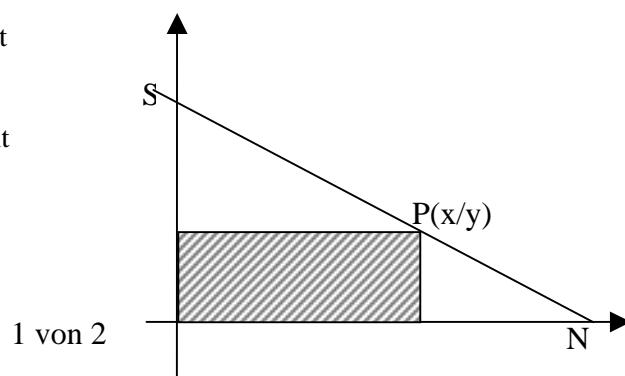
II. a Berechnen Sie die Grenze a so, dass gilt $\int_0^a (x^2 - a \cdot x) = -4.5$

- b Der Graph der Funktion $f(x) = x^3 - 4x$ und die x-Achse schliessen eine Fläche ein. Berechnen Sie ihren Inhalt.

Aufgabe 3:

I. Der Graph einer Funktion 3. Grades geht durch die Punkte P(1/-5) und Q(2/0) und er hat im Punkt S(0/-4) die Steigung -2. Geben Sie die Funktionsgleichung an.

II. Die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt S(0/18) und die x-Achse im Punkt N(24/0)
Wie müssen die Seiten des Rechtecks gewählt werden, damit der Flächeninhalt des Rechtecks maximal wird?



Aufgabe 4

I. $f(x) = 8x \cdot e^{-x}$

Berechnen Sie die Punkte, in denen eine waagrechte Tangente vorliegt?

II. $g(x) = e^{-\frac{1}{4}x+2}$

Der Graph von g schneidet die y -Achse im Punkt $S(0/y)$

Geben Sie die Gleichung der Tangente im Punkt S an.

III. Die Vermehrung von Keimen in Kuhmilch lässt sich durch eine Exponentialfunktion beschreiben.

In einem cm^3 Kuhmilch wurden 3 Stunden nach dem Melken 66000 Keime nachgewiesen, 2 Stunden später 1.1 Millionen.

- In welcher Zeit verdoppelt sich die Anzahl der Keime?
- Berechnen Sie die Anzahl der Keime 6 Stunden nach dem Melken.

Aufgabe 5

A(2/8/2) B(4/0/4) C(10/0/-2)

- Geben Sie die Koordinatengleichung der Ebene E an, die durch die drei Punkte A , B und C festgelegt wird.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D so, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ergibt.
- Ein Kreis k geht durch die Eckpunkte des Quadrates $ABCD$. Die Mittelpunkte aller Kugeln, die k als gemeinsamen Schnittkreis mit der Ebene E haben, liegen auf einer Geraden g . Geben Sie die Gleichung dieser Geraden an.

Aufgabe 6:

A(1/1/1) B(3/3/1) C(0/y/5)

Ebene E : $x - y + z = 1$

- Zeigen Sie, dass die Punkte A und B in der Ebene E liegen. Der Punkt C liegt ebenfalls in der Ebene E . Berechnen Sie die y -Koordinate.
- Berechnen Sie die Winkel des Dreiecks ABC .
- Der Punkt $M(4/0/3)$ ist der Mittelpunkt einer Kugel, die die Ebene E berührt. Berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes und den Radius der Kugel.
- Der Punkt $H(6/-2/8)$ ist die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche ABC . Die Pyramide $ABCH$ ist symmetrisch bezüglich einer Ebene F , d.h. die Ebene F teilt die Pyramide $ABCH$ in zwei symmetrische Teile. Geben Sie die Gleichung der Ebene F an. (Beachten Sie bitte, dass Sie aus Aufgabenteil b schliessen können, dass das Dreieck ABC gleichschenkelig ist).