

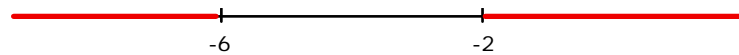
Unterschied zu den Aufgaben in Nummer 36: sie müssen zuerst umgeformt werden, und zwar so, dass auf der einen Seite der Ungleichung eine Null und auf der anderen Seite ein einziger Bruch stehen. Wenn die Ungleichung auf der einen Seite eine Null hat, dann müssen wir nur entscheiden, ob der Bruch negativ oder positiv ist; das ist wesentlich einfacher, als wenn wir herausfinden müssen, ob der ursprüngliche Bruch grösser oder kleiner als z. B. 3 ist

$$a) \quad \frac{4x + 20}{x + 6} > 3$$

$$\text{Umformen:} \quad \frac{4x + 20}{x + 6} - 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{4x + 20}{x + 6} - \frac{3(x + 6)}{x + 6} = \frac{x + 2}{x + 6} > 0$$

Nullstelle des Zählers: $x = -2$ und des Nenners: $x = -6$

Zeichnen und prüfen:



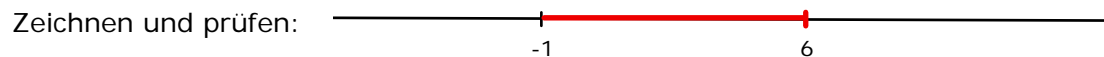
$$\frac{-7 + 2}{-7 + 6} = 5 > 0 \qquad \frac{-5 + 2}{-5 + 6} = -3 < 0 \qquad \frac{0 + 2}{0 + 6} = \frac{1}{3} > 0$$

$$\text{Lösung:} \quad L = \mathbb{R} \setminus [-6; -2]$$

b) $\frac{3x - 4}{x + 1} \leq 2$

Umformen: $\frac{3x - 4}{x + 1} - 2 \leq 0 \Rightarrow \frac{3x - 4}{x + 1} - \frac{2(x - 1)}{x + 1} = \frac{x - 6}{x + 1} \leq 0$

Nullstellen: $x = 6$ und $x = -1$



$$\frac{-2 - 6}{-2 + 1} = 8 > 0 \quad \frac{0 - 6}{0 + 1} = -6 < 0 \quad \frac{7 - 6}{7 + 1} = \frac{1}{8} > 0$$

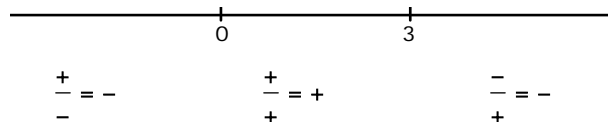
Beachten Sie: -1 gehört nicht zur Lösungsmenge, weil der Nenner eines Bruches nie Null sein darf!

Lösung: $L =] -1 ; 6]$

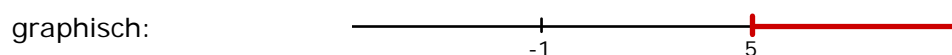
c) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

Umformen: $\frac{1}{x} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{3} < 0 \Rightarrow \frac{3 - x}{3x} < 0$

Nullstellen bei $x = 3$ und $x = 0$



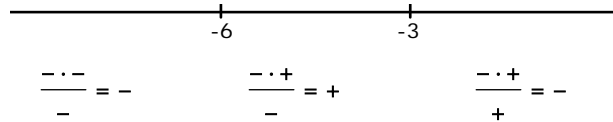
Lösung: $L = \mathbb{R} \setminus [0; 3]$ oder $] -\infty; 0[\cup] 3; \infty[$



d) $\frac{x-3}{x+3} > 3$

$$\frac{x-3}{x+3} > 3 \Rightarrow \frac{x-3}{x+3} - 3 > 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+3} - \frac{3(x+3)}{x+3} = \frac{-2x-12}{x+3} = \frac{-2(x+6)}{x+3} > 0$$

Nullstellen bei $x = -6$ und $x = -3$



Lösung: $L =]-6; -3[$

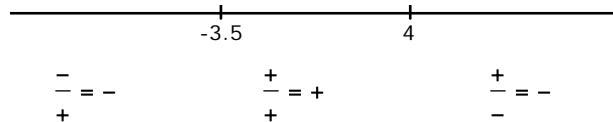
graphisch:



e) $\frac{5}{4-x} < \frac{2}{3}$

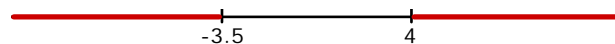
$$\frac{5}{4-x} - \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \frac{15}{3(4-x)} - \frac{2(4-x)}{3(4-x)} = \frac{7+2x}{3(4-x)} < 0$$

Nullstellen bei $x = -3.5$ und $x = 4$



Lösung: $L = \mathbb{R} \setminus [-3.5; 4]$ oder $] -\infty; -3.5[\cup] 4; \infty[$

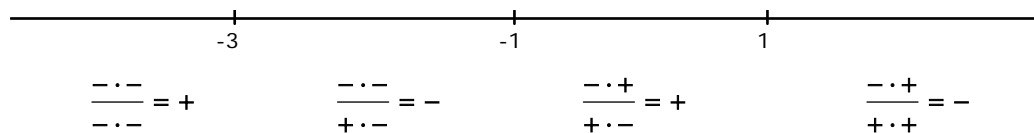
graphisch:



f) $\frac{x-1}{x+3} > \frac{x+3}{x-1}$

$$\frac{x-1}{x+3} - \frac{x+3}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+3)^2}{(x+3)(x-1)} = \frac{-8x-8}{(x+3)(x-1)} = \frac{-8(x+1)}{(x+3)(x-1)} > 0$$

Nullstellen bei $x = -3$, $x = -1$ und $x = 1$



Lösung: $]-\infty; -3[\cup]-1; 1[$

