

5. Von einer Parabel kennt man die drei Punkte P, Q und R. Bestimmen Sie ihre Gleichung:
- a) P(2|8), Q(-1|-1), R(-4|-4)
- b) P(2|-4), Q(-2|12), R(3|2)
- c) P(1|-15), Q(0|-6), R(-3|9)
- 

Die allgemeine Form einer Parabelgleichung ist:  $y = ax^2 + bx + c$   
a, b und c sind die unbekanntenen Parameter.

- a) P(2|8), Q(-1|-1), R(-4|-4)

$$P(2|8) \in p: \quad 8 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \quad \Rightarrow \quad 8 = 4a + 2b + c \quad (1)$$

$$Q(-1|-1) \in p: \quad (-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \quad \Rightarrow \quad -1 = a - b + c \quad (2)$$

$$R(-4|-4) \in p: \quad (-4) = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + c \quad \Rightarrow \quad -4 = 16a - 4b + c \quad (3)$$

Sie erhalten genau drei Gleichungen für drei Unbekannte!

$$\text{Meistens wird man zuerst } c \text{ eliminieren:} \quad (1) - (2) \quad 9 = 3a + 3b \quad (4)$$

$$(2) - (3) \quad 3 = -15a + 3b \quad (5)$$

$$\text{Subtraktion der Gleichungen führt direkt auf:} \quad 6 = 18a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3}$$

$$\text{Das Resultat wird in (4) eingesetzt:} \quad 9 = 1 + 3b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{8}{3}$$

$$a \text{ und } b \text{ in (2) einsetzen:} \quad -1 = \frac{1}{3} - \frac{8}{3} + c \quad \Rightarrow \quad c = \frac{4}{3}$$

Die Gleichung der gesuchten Parabel heisst:  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3}$

**Tipp:** Geben Sie die Gleichung im Taschenrechner ein und prüfen Sie im Trace-Modus, ob die Punkte auf der Kurve liegen!

Probieren Sie nun die Aufgaben b) und c) zu lösen ohne auf die Rückseite zu schauen!

b)  $P(2|-4), Q(-2|12), R(3|2)$

$$P(2|-4) \in p: \quad -4 = 4a + 2b + c \quad (1)$$

$$Q(-2|12) \in p: \quad 12 = 4a - 2b + c \quad (2)$$

$$R(3|2) \in p: \quad 2 = 9a + 3b + c \quad (3)$$

$$(1) - (2) \quad -16 = \quad + 4b \quad (4)$$

$$(2) - (3) \quad 10 = -5a - 5b \quad (5)$$

Aus (4) folgt:

$$b = -4$$

(5) durch 5 dividieren und b einsetzen:

$$2 = -a - b$$

$$2 = -a + 4 \Rightarrow a = 2$$

in (3) eingesetzt:

$$2 = 18 - 12 + c \Rightarrow c = -4$$

Parabelgleichung:  $y = 2x^2 - 4x - 4$

c)  $P(1|-15), Q(0|-6), R(-3|9)$

$$P(1|-15) \in p: \quad -15 = a + b + c \quad (1)$$

$$Q(0|-6) \in p: \quad -6 = \quad + c \quad (2)$$

$$R(-3|9) \in p: \quad 9 = 9a - 3b + c \quad (3)$$

aus (2) ergibt sich:

$$c = -6$$

Was wir in (1) und (3) einsetzen:

$$-9 = a + b \quad (4)$$

$$15 = 9a - 3b \quad (5)$$

(5) durch 3 dividieren und zu (4) addieren:

$$-4 = 4a \Rightarrow a = -1$$

in (4) einsetzen:

$$-9 = -1 + b \Rightarrow b = -8$$

Parabelgleichung:  $y = -x^2 - 8x - 6$