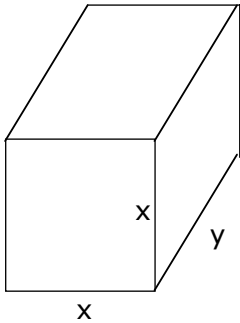


Welches unter allen geraden quadratischen Prismen, bei denen die Summe sämtlicher Kanten 24cm misst, hat

- a) die grösste Oberfläche?
- b) den grössten Mantel?



Zwischen x und y besteht ein Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \text{Kantensumme:} \quad 8x + 4y &= 24 & | :4 \\ 2x + y &= 6 \\ y &= 6 - 2x \end{aligned}$$

- a) Die **Oberfläche** soll maximal werden.

$$\begin{aligned} \text{Die Oberfläche } A_1 \text{ ist:} \quad A_1 &= 2x^2 + 4xy \\ &= 2x^2 + 4x(6 - 2x) \\ &= 2x^2 + 24x - 8x^2 \\ &= 24x - 6x^2 \end{aligned}$$

Das ist die Gleichung einer nach unten geöffneten Parabel;

$$\text{ihre Nullstellen: } 24x - 6x^2 = 6x(4 - x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$$

Der Scheitelpunkt der Parabel liegt mitten zwischen den Nullstellen bei $x_s = 2$.

Die Oberfläche wird maximal für $x = 2\text{cm}$ und $y = 2\text{cm}$, nämlich, wenn das Prisma ein Würfel ist.

- b) Die **Mantelfläche** soll maximal werden.

$$\begin{aligned} \text{Die Mantelfläche } A_2 \text{ ist:} \quad A_2 &= 4xy \\ &= 4x(6 - 2x) \\ &= 24x - 8x^2 \end{aligned}$$

Das Quadrat muss als Grundfläche angesehen werden.

Das ist die Gleichung einer nach unten geöffneten Parabel;

$$\text{ihre Nullstellen: } 24x - 8x^2 = 8x(3 - x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3$$

Der Scheitelpunkt der Parabel liegt mitten zwischen den Nullstellen bei $x_s = 1.5$.

Die Mantelfläche wird maximal für $x = 1.5\text{cm}$ und $y = 3\text{cm}$.