Die Differenz der zwei Ziffern einer unter 50 liegenden Zahl beträgt 4. Bei umgestellten Ziffern aber ist die Summe der Quadrate der neuen und alten Zahl 4520.

Ansatz für die gesuchte zweiziffrige Zahl: $10x + y$
und die Zahl mit umgestellten Ziffern: $10y + x$ vielleicht auch umgekehrt.

Die Differenz der Ziffern sei: $x - y = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 4 + y$ (1)

Die Summe der Quadrate ergibt: $(10x + y)^2 + (10y + x)^2 = 4520$ (2)

Wir setzen die 1. Gleichung in der 2. ein:

$$10x + y = 10\,(4 + y) + y = 40 + 11y$$
$$10y + x = 10y + (4 + y) = 11y + 4$$

und die 2. Gleichung wird zu: $(40 + 11y)^2 + (11y + 4)^2 = 4520$

Auflösung der Gleichung:

$$(40 + 11y)^2 + (11y + 4)^2 = 4520$$

$$\begin{array}{r} 1600 + 880y + 121y^2 \\ 16 + 88y + 121y^2 \\ \hline \end{array}$$

$$1616 + 968y + 242y^2 = 4520$$
$$242y^2 + 968y - 2904 = 0 \qquad \Big|\; : 242$$
$$y^2 + 4y - 12 = 0$$
$$(y + 6)(y - 2) = 0$$

Nur die positive Lösung ist als Ziffer brauchbar: $y = 2$ und damit $x = y + 4 = 6$

Daraus ergeben sich die Zahlen 26 und 62; **26** ist die gesuchte Zahl unter 50.

Kontrolle: $26^2 + 62^2 = 4520$