

Welche zweistelligen (natürlichen) Zahlen sind 4 mal so gross wie ihre Quersumme und haben zudem die Eigenschaft, dass ihr Quadrat 72 mal so gross ist wie das Produkt ihrer Ziffern?

Zweistellige Zahl: $10x + y$

Quersumme: $x + y$

Das Quadrat der Zahl: $(10x + y)^2$

Produkt der Ziffern: $x \cdot y$

"die zweistellige Zahl ist 4 mal so gross wie ihre Quersumme:"

$$10x + y = 4 \cdot (x + y)$$

"das Quadrat der zweistelligen Zahl ist 72 mal so gross ist wie das Produkt ihrer Ziffern."

$$(10x + y)^2 = 72 \cdot xy$$

Die beiden Gleichungen werden soweit als möglich vereinfacht:

$$10x + y = 4 \cdot (x + y)$$

$$10x + y = 4x + 4y$$

$$6x = 3y$$

$$2x = y$$

Diese Gleichung wird so einfach, dass ich sie sofort in der 2. Gleichung einsetze:

$$(10x + y)^2 = 72 \cdot xy \quad \text{und } y = 2x$$

$$(10x + 2x)^2 = 72 \cdot x \cdot 2x$$

$$(12x)^2 = 144x^2$$

$$144x^2 = 144x^2$$

Diese Gleichung ist allgemeingültig, allerdings sind für x und y nur Ziffern erlaubt.

Wir erhalten vier mögliche Zahlen: 12, 24, 36, 48

Kontrolle für eine davon: $24 = 4 \cdot 6$ und $24^2 = 72 \cdot 8$