a) $x^2 - 20 \geq 0$

b) $x^2 + 2x - 3 > 0$

c) $2x^2 - 4x + 5 > 0$

d) $-x^2 - 4x - 6 \geq 0$

---

a) $x^2 - 20 \geq 0$

Wir betrachten die Funktion $y = x^2 - 20$, deren Graph eine Parabel ist.

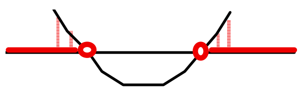
1. Schritt:

Nullstellen bestimmen; ob mit Faktorzerlegung, mit der Formel oder mit dem Taschenrechner ist egal.

$$x^2 - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 20 \quad \Rightarrow \quad x_1 = +\sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad x_2 = -\sqrt{20}$$

2. Schritt

Unsere Parabel ist nach oben geöffnet;
$y = x^2 - 20$ ist grösser oder gleich Null, wenn die Punkte oberhalb oder auf der x-Achse liegen;



Stellen Sie sich diese Parabel mit den beiden Nullstellen vor, oder skizzieren Sie sie. Diese Zeichnung muss überhaupt nicht schön sein (s. Bild). Rot gestrichelt sind positive y-Werte, dick rot die gesuchten x-Werte.
Das sind hier die Zahlen im Bereich $L = \left]\infty; -2\sqrt{5}\right] \cup \left[2\sqrt{5}; \infty\right[$.

Für die Lösungsmenge dieser Gleichung ergibt sich also: $L = \left]\infty; -2\sqrt{5}\right] \cup \left[2\sqrt{5}; \infty\right[$

Zur Kontrolle können Sie irgend einen Wert aus dem Bereich wählen und in der Ungleichung einsetzen:

z. B. $x = -5 \quad \Rightarrow \quad 25 - 20 \geq 0$

$x = \sqrt{20} \quad \Rightarrow \quad 20 - 20 \geq 0$

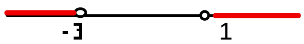
Versuchen Sie jetzt die anderen Aufgaben, ohne gleich die nächste Seite anzuschauen!

b) $x^2 + 2x - 3 > 0$

Nullstellen: $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -3, \quad x_2 = 1$

$y = x^2 + 2x - 3$ ist eine nach oben geöffnete Parabel;
sie ist links und rechts der Nullstellen oberhalb der Achse.

$L = \left]\infty ; -3\right[\;\cup\; \left]1 ; \infty\right[$



c) $2x^2 - 4x + 5 > 0$

Nullstellen: $2x^2 - 4x + 5 = 0$ hat keine Lösungen.

$y = 2x^2 - 4x + 5 > 0$ ist eine nach oben geöffnete Parabel, die die x-Achse nie schneidet.
Sie liegt also vollständig oberhalb der x-Achse und die Ungleichung ist für jeden x-Wert erfüllt.

$L = \mathbb{R}$

d) $-x^2 - 4x - 6 \geq 0$

Nullstellen: $-x^2 - 4x - 6 = 0$ hat keine Lösung

$y = -x^2 - 4x - 6$ ist eine nach unten geöffnete Parabel, die die x-Achse nicht schneidet;
sie liegt also vollständig im unterhalb der x-Achse und hat keine positiven y-Werte.

$L = \left\{ \; \right\}$