

- a)  $x^2 + x - 6 < 0$
  - b)  $-x^2 - 4x + 5 \leq 0$
  - c)  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$
  - d)  $-x^2 + 8x - 16 < 0$
- 

a)  $x^2 + x - 6 < 0$

Wir betrachten die Funktion  $y = x^2 + x - 6 < 0$ , deren Graph eine Parabel ist.

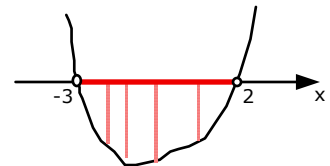
**1. Schritt:**

Nullstellen bestimmen; ob mit Faktorzerlegung, mit der Formel oder mit dem Taschenrechner ist egal.

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, \quad x_2 = 2$$

**2. Schritt**

Unsere Parabel ist nach oben geöffnet;  
 $y = x^2 + x - 6$  ist kleiner als Null, wenn die Punkte unterhalb der x-Achse liegen;



Stellen Sie sich diese Parabel mit den beiden Nullstellen vor, oder skizzieren Sie sie. Diese Zeichnung muss überhaupt nicht schön sein (s. Bild). Rot gestrichelt sind negative y-Werte, dick rot die gesuchten x-Werte. Das sind hier die Zahlen im Bereich  $] -3; 2 [$ .

Für die Lösungsmenge dieser Gleichung ergibt sich also:  $L = ] -3; 2 [$

Zur Kontrolle können Sie irgend einen Wert aus dem Bereich wählen und in der Ungleichung einsetzen:

$$\begin{aligned} \text{z. B. } x = 1 &\Rightarrow 1 + 1 - 6 < 0 \\ x = 0 &\Rightarrow 0 + 0 - 6 < 0 \end{aligned}$$

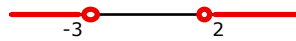
Versuchen Sie jetzt die anderen Aufgaben, ohne gleich die nächste Seite anzuschauen!

b)  $-x^2 - 4x + 5 \leq 0$

Nullstellen:  $-x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 1$

$y = -x^2 - 4x + 5$  ist eine nach unten geöffnete Parabel;  
sie ist links und rechts der Nullstellen unterhalb der Achse.

$L = ]-\infty; -5] \cup [1; \infty[$



c)  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

Nullstellen:  $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 3$

$y = x^2 - 6x + 9$  ist eine nach oben geöffnete Parabel, die die x-Achse im Punkt  $P(3|0)$  berührt; dank der Bedingung  $\leq$  hat die Ungleichung wenigstens die Lösung  $x = 3$ .

$L = \{ 3 \}$

d)  $-x^2 + 8x - 16 < 0$

Nullstellen:  $-x^2 + 8x - 16 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x - 4)(x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 4$

$y = -x^2 + 8x - 16$  ist eine nach unten geöffnete Parabel, die die x-Achse im Punkt  $P(4|0)$  berührt; sie liegt überall unterhalb der x-Achse ausser in  $P(4|0)$  (die Bedingung heisst  $<$  !)

$L = \mathbb{R} - \{ 4 \}$