

Bestimmen Sie zwei Zahlen mit dem Produkt 4.5 so, dass die Summe ihrer Kehrwerte gleich 1.1 ist.

Die Zahlen seien: x und y

ihre Kehrwerte: $\frac{1}{x}$ und $\frac{1}{y}$

Daraus ergeben sich sofort die Gleichungen: $x \cdot y = 4.5 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4.5}{x}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1.1$$

Die zweite Gleichung wird mit xy multipliziert; $y + x = 1.1xy$

$y = \frac{4.5}{x}$ und $xy = 4.5$ werden eingesetzt: $\frac{4.5}{x} + x = 1.1 \cdot 4.5 = 4.95$

Multiplikation mit x : $4.5 + x^2 = 4.95x$

ordnen und auflösen: $x^2 - 4.95x + 4.5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{4.95 \pm \sqrt{4.95^2 - 4 \cdot 4.5}}{2} = \frac{4.95 \pm 2.55}{2}$$

$$x_1 = 3.75 = \frac{15}{4} \quad y = \frac{4.5}{x} = 4.5 : x = 4.5 : \frac{15}{4} = 4.5 \cdot \frac{4}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$$

$$x_2 = 1.2 = \frac{6}{5} \quad y = \frac{4.5}{x} = 4.5 : x = 4.5 : \frac{6}{5} = 4.5 \cdot \frac{5}{6} = \frac{22.5}{6} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

Die beiden Zahlen sind also $\frac{15}{4}$ und $\frac{6}{5}$.

Kontrolle: $\frac{15}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{9}{2} = 4.5 \quad \frac{4}{15} + \frac{5}{6} = \frac{8+25}{30} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10} = 1.1$