

Welcher Bruch nimmt den Wert $\frac{2}{3}$ an, wenn man zum Zähler und Nenner je 5 addiert, dagegen den Wert $\frac{1}{4}$, wenn man je 5 subtrahiert?

Der gesuchte Bruch sei: $\frac{x}{y}$

Dann muss gelten:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x+5}{y+5} = \frac{2}{3} \\ \frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{4} \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 3(y+5) \\ \cdot 4(y-5) \end{array} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3x+15 = 2y+10 \\ 4x-20 = y-5 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3x-2y = -5 \\ 4x-y = 15 \end{array} \right| \cdot (-2)$$

es ergibt sich:

$$\begin{array}{l} -5x = -35 \Rightarrow x = 7 \\ 28 - y = 15 \Rightarrow y = 13 \end{array}$$

Der gesuchte Bruch ist $\frac{7}{13} \cdot \frac{2}{3}$