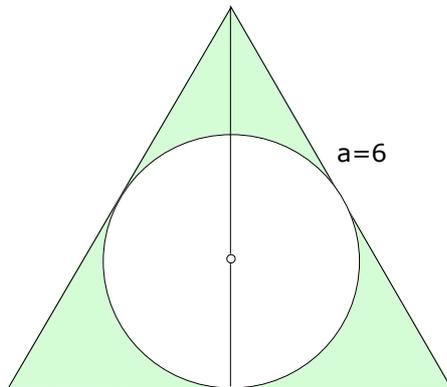


- 12 Aus einem gleichseitigen Dreieck mit der Seite $a = 6$ ist ein möglichst grosser Kreis auszuschneiden. Wie viele Prozent beträgt der Abfall?



Die Fläche des Dreieck ist:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad (\text{Formelsammlung})$$

Der Mittelpunkt des Kreises fällt mit dem Mittelpunkt des Dreiecks zusammen. Im gleichseitigen Dreieck ist dieser gleichzeitig auch Schwerpunkt, teilt also die Höhe im Verhältnis 2:1.

Für die Höhe h gilt (Formelsammlung):

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Damit ergibt sich für den Kreisradius:

$$r = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

und für die Kreisfläche:

$$A_{\text{Kreis}} = r^2 \pi = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 \pi = \frac{a^2 \cdot 3}{36} \cdot \pi = \frac{a^2 \pi}{12}$$

Abfall:

$$A_{\text{Dreieck}} - A_{\text{Kreis}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{a^2 \pi}{12} = \frac{a^2}{12} (3\sqrt{3} - \pi)$$

in Prozent:

$$\frac{a^2}{12} (3\sqrt{3} - \pi) : \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 (3\sqrt{3} - \pi)}{12} \cdot \frac{4}{a^2 \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3\sqrt{3}} \approx 0.395 = 39.5\%$$