In einer Urne liegen x rote, 7 blaue und 8 grüne Kugeln.

A sei das Ereignis, in zwei Zügen ohne Zurücklegen zwei rote Kugeln zu ziehen.

B sei das Ereignis, in zwei Zügen ohne Zurücklegen zwei blaue Kugeln zu ziehen.

a) Die Wahrscheinlichkeit von B sei um $\frac{11}{190}$ grösser als die Wahrscheinlichkeit von A. Berechnen Sie daraus die Zahl der roten Kugeln!

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen von mindestens einer grünen Kugel bei fünf Zügen mit Zurücklegen!

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen zweier verschiedenfarbiger Kugeln bei zwei Zügen ohne Zurücklegen!

d) Berechnen Sie die unter c) verlangte Wahrscheinlichkeit unter der Voraussetzung, dass die erste gezogenen Kugel blau oder grün ist!

---

x rote, 7 blaue und 8 grüne, total $x+7+8=x+15$ Kugeln.

Die Wahrscheinlichkeit für A ist: $\frac{x}{15+x}\cdot\frac{x-1}{15+x-1}=\frac{x}{15+x}\cdot\frac{x-1}{14+x}=\frac{x(x-1)}{(15+x)(14+x)}$

Die Wahrscheinlichkeit für B ist: $\frac{7}{15+x}\cdot\frac{6}{15+x-1}=\frac{7}{15+x}\cdot\frac{6}{14+x}=\frac{42}{(15+x)(14+x)}$

a) Aus obigen Wahrscheinlichkeiten erhalten wir die Gleichung:

$$\frac{x(x-1)}{(15+x)(14+x)}+\frac{11}{190}=\frac{42}{(15+x)(14+x)} \qquad \Big|\cdot 190(15+x)(14+x)$$
$$190x(x-1)+11(15+x)(14+x)=42\cdot 190$$
$$190x^2-190x+11(210+29x+x^2)=7980$$
$$190x^2-190x++2310+319x+11x^2=7980$$
$$201x^2+129x-5670=0$$

Diese Gleichung hat eine brauchbare $x=5$ und eine unbrauchbare Lösung ($x=-5.6$)

b) Keine grüne Kugel ziehen ist das Gegenereignis mit der Wahrscheinlichkeit $\overline{p}=\left(\frac{12}{20}\right)^5=0.6^5$, also ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit $1-0.6^5=92.2\%$

c) 1. Art: mit dem Gegenereignis

Das Gegenereignis ist: rot-rot oder blau-blau oder grün-grün
mit der Wahrscheinlichkeit: $\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}+\frac{7}{20}\cdot\frac{6}{19}+\frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19}=\frac{20+42+56}{380}=\frac{118}{380}$

Gesuchte Wahrscheinlichkeit: $1-\frac{118}{380}=\frac{262}{380}=\frac{131}{190}=68.9\%$

2. Art: direkt

Ereignisse: rot-blau, blau-rot, rot-grün, grün-rot, blau-grün, grün-blau

mit der Wahrscheinlichkeit: $\frac{5}{20}\cdot\frac{7}{19}+\frac{7}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{5}{20}\cdot\frac{8}{19}+\frac{8}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{7}{20}\cdot\frac{8}{19}+\frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19}=\frac{2\cdot35+2\cdot40+2\cdot56}{380}=\frac{262}{380}$

d) Bedingte Wahrscheinlichkeit!

möglich sind alle Ereignisse, bei denen der 1. Zug blau oder grün ist:
$\frac{7}{20}+\frac{8}{20}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}=0.75$

günstig sind die Ereignisse: blau-rot oder blau-grün oder grün-rot oder grün-blau

mit der Wahrscheinlichkeit: $\frac{7}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{7}{20}\cdot\frac{8}{19}+\frac{8}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{8}{20}\cdot\frac{7}{19}=\frac{35+56+40+56}{380}=\frac{187}{380}$

das ergibt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$\frac{\text{günstige}}{\text{mögliche}}=\frac{\frac{187}{380}}{0.75}=\frac{187}{285}=65.6\%$$