

[Matur TSME 85]

In einer Urne befinden sich 4 schwarze, 6 weisse und 2 rote Kugeln.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei zufällig herausgegriffene Kugeln die gleiche Farbe haben?
- b) Welches ist die Wahrscheinlichkeit, dass von drei gleichzeitig herausgenommenen Kugeln mindestens eine schwarz ist?
- c) Es werden acht Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Welches ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei der gezogenen Kugeln schwarz sind?
- d) Zwei Spieler A und B entfernen die weissen Kugeln und machen mit den restlichen das folgende Spiel:
A zieht ohne Zurücklegen so lang eine Kugel nach der anderen, bis er zum ersten Mal eine Rote zieht. Für die rote Kugel zahlt A dem Spieler B 1 Franken, für jede schwarze Kugel erhält A von B 1 Franken. Welches ist die Gewinnerwartung von A?
-

- a) Möglich ist: Schwarz/Schwarz oder Weiss/Weiss oder Rot/Rot

$$\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{12 + 30 + 2}{12 \cdot 11} = \frac{44}{12 \cdot 11} = \frac{1}{3}$$

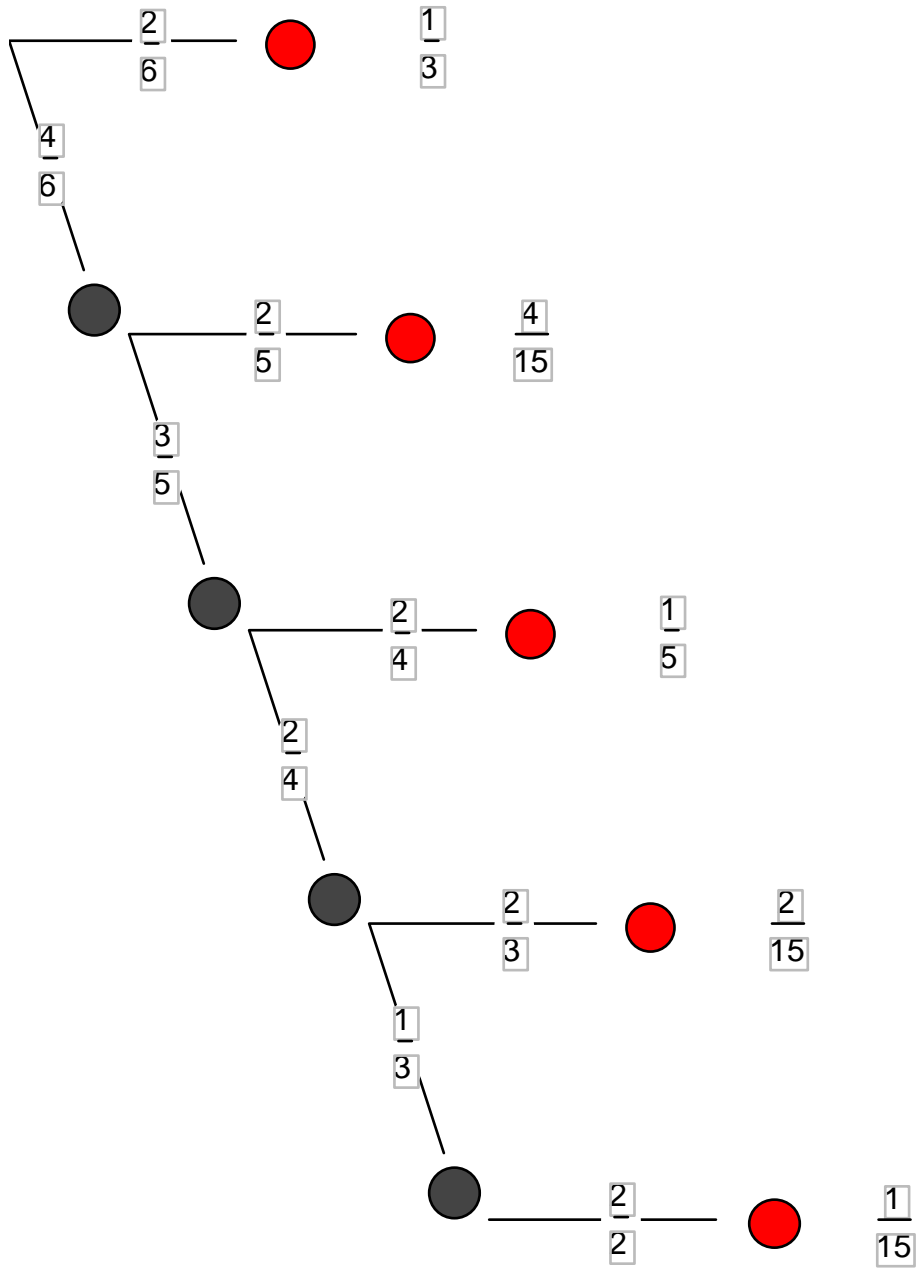
- b) "mindestens" !!! wir berechnen die Gegenwahrscheinlichkeit "keine Schwarze"

$$\bar{p} \text{ (nicht schwarz)} = \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{14}{55}$$

damit ergibt sich: $p \text{ (mindestens 1 schwarz)} = 1 - \bar{p} = 1 - \frac{14}{55} = \frac{41}{55} \approx 74.5\%$

c) $p = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 27.3\%$

d)



	1	2	3	4	5	Kugeln
Spieldauer	1	2	3	4	5	
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	
Gewinn von A	-1	0	1	2	3	
Produkt	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{15}$	

Die Summe der letzten Zeile gibt die Gewinnerwartung von A: $\frac{1}{3}$ Franken