

[Matur TSME 00]

Castor und Pollux schießen auf ein Ziel.

Die Treffwahrscheinlichkeit ist 0.25 für Castor, 0.3 für Pollux.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Castor mit 16 Schüssen genau vier Treffer erzielt?

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Pollux mit 10 Schüssen mehr als drei mal trifft?

Wie oft muss Pollux schießen, um das Ziel mit 95% Wahrscheinlichkeit mindestens einmal zu treffen?

b) In einer Serie schießt jeder der beiden zweimal. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für 0, 1, 2, 3, 4 Treffer und den Erwartungswert pro Serie.

Wie viele Treffer sind bei 20 Serien zu je zwei mal zwei Schüssen zu erwarten?

$$a) \quad p = \binom{16}{4} \cdot 0.25^4 \cdot 0.75^{12} = 22.5 \%$$

$$p = \sum_{k=4}^{10} \binom{10}{k} \cdot 0.3^k \cdot 0.7^{10-k} = 35.05 \%$$

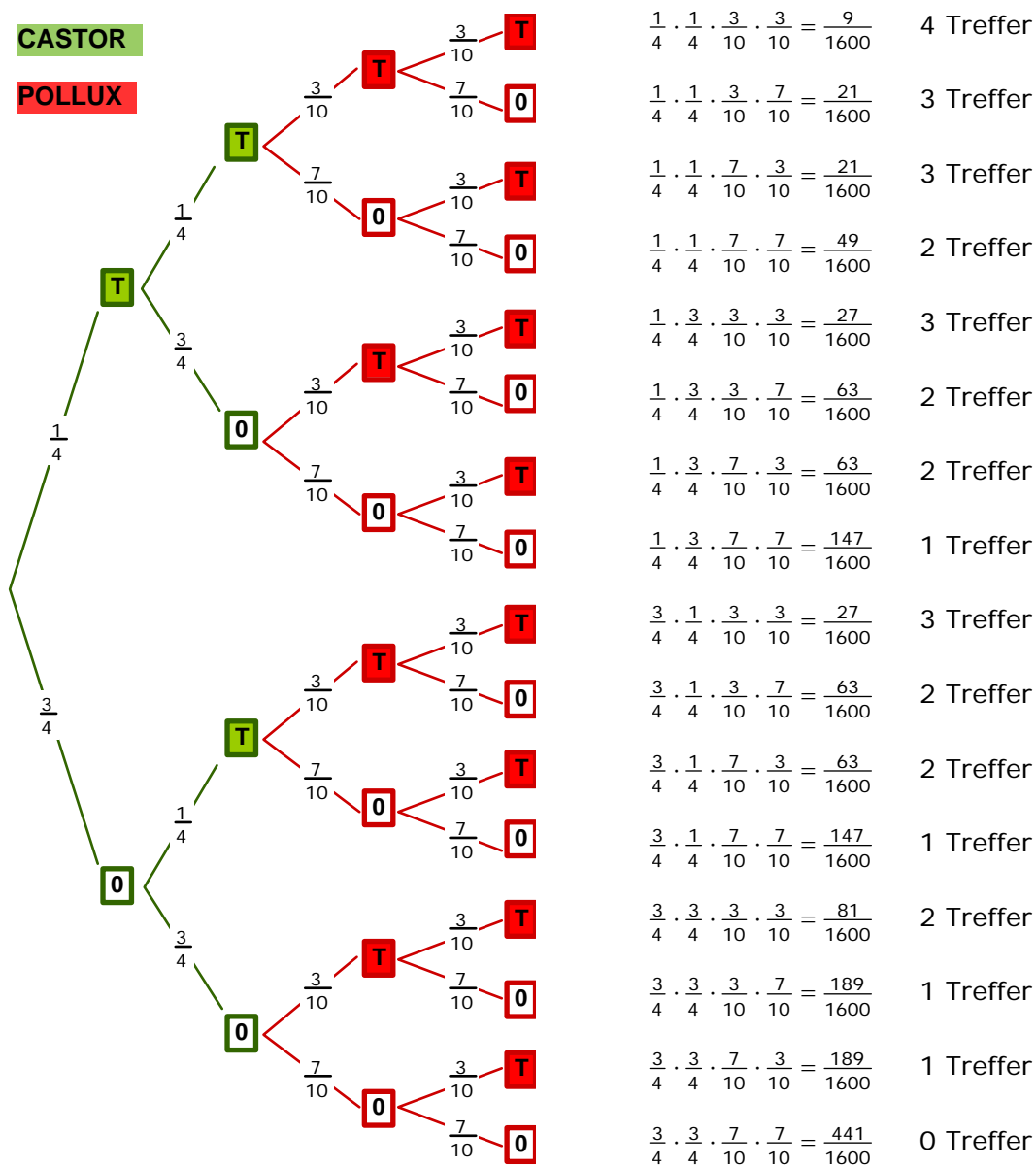
Wenn Pollux mit 95% Wahrscheinlichkeit mindestens einmal treffen will, dann ergibt die Gegenwahrscheinlichkeit "nie zu treffen" 5%:

$$\begin{aligned} 0.7^n &\leq 0.05 \\ n \cdot \log 0.7 &\leq \log 0.05 && \text{log0.7 ist negativ, deshalb wird < zu >!} \\ n &\geq \frac{\log 0.05}{\log 0.7} \approx 8.4 \end{aligned}$$

Pollux muss mindestens 9 mal schießen!

$$\left(p = \sum_{k=1}^9 \binom{9}{k} \cdot 0.3^k \cdot 0.7^{9-k} = 95.96 \% \right)$$

b) Diese Aufgabe löst man am besten mit einem Baum:



Treffer	4	3	2	1	0
Wahrscheinlichkeit	$\frac{9}{1600}$	$\frac{96}{1600}$	$\frac{382}{1600}$	$\frac{672}{1600}$	$\frac{441}{1600}$
Produkt	$\frac{36}{1600}$	$\frac{288}{1600}$	$\frac{764}{1600}$	$\frac{672}{1600}$	$\frac{0}{1600}$

Die Summe ergibt $\frac{1760}{1600} = \frac{11}{10}$ Treffer pro Serie, das sind $20 \cdot \frac{11}{10} = 22$ Treffer auf 20 Serien.