Der Kaufpreis für eine Sendung Äpfel wird unter der Annahme vereinbart, dass 10% des Obstes unbrauchbar sind. Sollte die Qualität wider Erwarten besser sein, so ist ein gewisser Preisaufschlag zu bezahlen; ist sie schlechter, dann wird ein Preisnachlass gewährt. Die Entscheidung wird nach folgender Regel getroffen: Sind von 50 zufällig ausgewählten Äpfeln mehr als 10 schlecht, dann erfolgt der Preisnachlass, sind weniger als 2 ungeniessbar, so erfolgt ein Preisaufschlag. Es sei H_0: $p = 0.1$.

a) Wie gross ist das Risiko des Verkäufers, einen ungerechtfertigten Preisnachlass hinnehmen zu müssen?

b) Wie gross ist das Risiko des Käufers, einen ungerechtfertigten Preisaufschlag hinnehmen zu müssen?

c) Bei gleicher Stichprobenlänge sollen die beiden Risiken unter 4% gedrückt werden. Untersuchen Sie, ob es hierfür eine passende Entscheidungsvorschrift gibt.

d) Der wahre Gehalt der Sendung an unbrauchbaren Äpfeln sei 20%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird beim ursprünglichen Entscheidungsverfahren Preisnachlass bzw. Preisaufschlag erzielt?

---

a) H_0: $p = 0.1$

Der Verkäufer muss unter dieser Voraussetzung einen Preisnachlass gewähren, wenn mehr als 10 von 50 Äpfeln schlecht sind:

$$\sum_{k=11}^{50} \binom{50}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{50-k} = 0.94\%$$

b) Der Käufer muss einen Preisaufschlag hinnehmen, wenn weniger als 2 Äpfel ungeniessbar sind:

$$\sum_{k=0}^{1} \binom{50}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{50-k} = 3.38\%$$

c) Es ist zu prüfen, ob die Wahrscheinlichkeit der Aufgaben a) und b) bei geänderten Grenzen immer noch unter 4% bleibt:

$$\sum_{k=10}^{50} \binom{50}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{50-k} = 2.4\%$$

$$\sum_{k=9}^{50} \binom{50}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{50-k} = 5.8\%$$

also: Preisnachlass bei 10 oder mehr schlechten.

$$\sum_{k=0}^{2} \binom{50}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{50-k} = 11.2\%$$, keine Änderung möglich!

d) Die Apfelqualität ist wirklich schlechter: $p = 0.2$

Preisnachlass: $\sum_{k=11}^{50} \binom{50}{k} \cdot (0.2)^k \cdot (0.8)^{50-k} = 41.6\%$

Preisaufschlag: $\sum_{k=0}^{1} \binom{50}{k} \cdot (0.2)^k \cdot (0.8)^{50-k} = 0.02\%$