In einer Spielhölle wird mit fairen Würfeln und mit Würfeln, bei denen die Sechs nur in p=10% aller Fälle auftritt, gespielt. Bei einer Polizeirazzia werden die äusserlich nicht unterscheidbaren Würfel getestet. Ein Würfel wird als falsch bezeichnet, wenn bei 600 Würfen höchstens 70 Sechser fallen. Es sei H_0: $p = \frac{1}{6}$.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. Art und 2. Art.

b) Wie muss der kritische Wert gewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art höchstens 0.5, also 50% beträgt? Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art?

---

a) Fehler 1. Art: der Würfel <u>ist echt</u> und zeigt trotzdem höchsten 70 Sechser:

H_0: $p = \frac{1}{6}$

$$\sum_{k=0}^{70} \binom{600}{k} \cdot \left(\tfrac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\tfrac{5}{6}\right)^{600-k} = 0.04\,\%$$

Fehler 2. Art: der Würfel, der <u>gezinkt</u> ist, wird als echt bezeichnet, obwohl er mehr als 70 Sechser zeigt:

H_1: $p = 0.1$

$$\sum_{k=71}^{600} \binom{600}{k} \cdot 0.1^k \cdot 0.9^{600-k} = 1 - \sum_{k=0}^{70} \binom{600}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{600-k} = 7.9\,\%$$

b) $$\sum_{k=0}^{x} \binom{600}{k} \cdot \left(\tfrac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\tfrac{5}{6}\right)^{600-k} \le 50\,\%$$

Ausprobieren!

$x = 80$ $p = 1.4\,\%$

$x = 90$ $p = 14.9\,\%$

$x = 100$ $p = 52.7\,\%$

$x = 99$ $p = 48.3\,\%$

Der Würfel wird als falsch bezeichnet, wenn er maximal 99 Sechser zeigt.

Der Fehler 2. Art berechnet sich dann als:

$$\sum_{k=100}^{600} \binom{600}{k} \cdot \left(\tfrac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\tfrac{5}{6}\right)^{600-k} = 1 - \sum_{k=0}^{99} \binom{600}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{600-k} = 0\,\%$$

trifft also sozusagen nie mehr ein!