

In einer Spielhölle wird mit fairen Würfeln und mit Würfeln, bei denen die Sechser nur in  $p=10\%$  aller Fälle auftritt, gespielt. Bei einer Polizeirazzia werden die äusserlich nicht unterscheidbaren Würfel getestet. Ein Würfel wird als falsch bezeichnet, wenn bei 600 Würfeln höchstens 70 Sechser fallen. Es sei  $H_0: p = \frac{1}{6}$ .

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für einen Fehler 1. Art und 2. Art.
- Wie muss der kritische Wert gewählt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art höchstens 0.5, also 50% beträgt? Wie gross ist dann die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art?

- a) Fehler 1. Art: der Würfel ist echt und zeigt trotzdem höchsten 70 Sechser:  
 $H_0: p = \frac{1}{6}$

$$\sum_{k=0}^{70} \binom{600}{k} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{600-k} = 0.04\%$$

Fehler 2. Art: der Würfel, der gezinkt ist, wird als echt bezeichnet, obwohl er mehr als 70 Sechser zeigt:

$$H_1: p = 0.1$$

$$\sum_{k=71}^{600} \binom{600}{k} \cdot 0.1^k \cdot 0.9^{600-k} = 1 - \sum_{k=0}^{70} \binom{600}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{600-k} = 7.9\%$$

- b)  $\sum_{k=0}^x \binom{600}{k} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{600-k} \leq 50\%$

Ausprobieren!

|           |              |
|-----------|--------------|
| $x = 80$  | $p = 1.4\%$  |
| $x = 90$  | $p = 14.9\%$ |
| $x = 100$ | $p = 52.7\%$ |
| $x = 99$  | $p = 48.3\%$ |

Der Würfel wird als falsch bezeichnet, wenn er maximal 99 Sechser zeigt.

Der Fehler 2. Art berechnet sich dann als:

$$\sum_{k=100}^{600} \binom{600}{k} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{600-k} = 1 - \sum_{k=0}^{99} \binom{600}{k} \cdot (0.1)^k \cdot (0.9)^{600-k} = 0\%$$

trifft also sozusagen nie mehr ein!