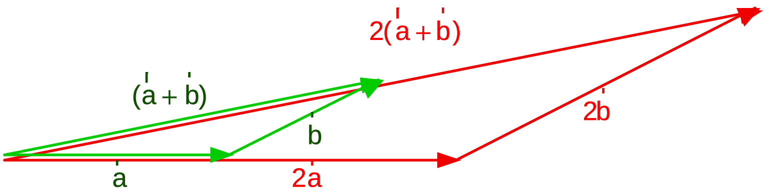
Aufgabe 2

a) $$\tfrac{1}{2}\vec{a} - \left(\tfrac{2}{3}\vec{b} - \vec{c} - \left(\tfrac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}\right) + \tfrac{1}{2}\vec{a}\right) + \tfrac{1}{3}\vec{b} = \tfrac{1}{2}\vec{a} - \left(\tfrac{2}{3}\vec{b} - \vec{c} - \tfrac{1}{3}\vec{b} + \vec{c} + \tfrac{1}{2}\vec{a}\right) + \tfrac{1}{3}\vec{b}$$
$$= \tfrac{1}{2}\vec{a} - \tfrac{2}{3}\vec{b} + \vec{c} + \tfrac{1}{3}\vec{b} - \vec{c} - \tfrac{1}{2}\vec{a} + \tfrac{1}{3}\vec{b}$$
$$= \tfrac{1}{2}\vec{a} - \tfrac{1}{2}\vec{a} - \tfrac{2}{3}\vec{b} + \tfrac{1}{3}\vec{b} + \tfrac{1}{3}\vec{b} + \vec{c} - \vec{c}$$
$$= \vec{0}$$

b) $$\tfrac{1}{3}\left(2\vec{x} - \vec{b} + \vec{c}\right) = 12\vec{b} + \tfrac{1}{2}\left(\vec{x} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right) \qquad \Big|\cdot 6$$
$$2\left(2\vec{x} - \vec{b} + \vec{c}\right) = 12\vec{b} + 3\left(\vec{x} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right)$$
$$4\vec{x} - 2\vec{b} + 2\vec{c} = 12\vec{b} + 3\vec{x} + 6\vec{b} - 9\vec{c}$$
$$4\vec{x} - 3\vec{x} = 12\vec{b} + 6\vec{b} - 9\vec{c} + 2\vec{b} - 2\vec{c}$$
$$\vec{x} = 20\vec{b} - 11\vec{c}$$

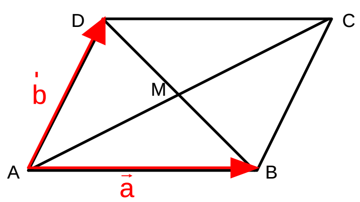
Aufgabe 3

Ähnlichkeit!



Aufgabe 4

Spazieren Sie immer in Richtung der Kanten vom Anfangspunkt zum Endpunkt.
Dabei bedeutet: $\vec{a}$ um a waagrecht nach rechts
$-\vec{a}$ um a waagrecht nach links
entsprechendes gilt für die andere Kantenrichtung.



a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$

b) $\overrightarrow{DA} = -\vec{b}$

c) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = -\vec{a} + \vec{b}$

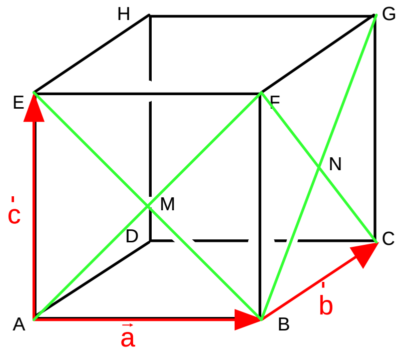
d) $\overrightarrow{BM} = \tfrac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \tfrac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b}) = -\tfrac{1}{2}\vec{a} + \tfrac{1}{2}\vec{b}$

e) $\overrightarrow{MA} = -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\tfrac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = -\tfrac{1}{2}\vec{a} - \tfrac{1}{2}\vec{b}$

Aufgabe 5

Spazieren Sie immer in Richtung der Kanten vom Anfangspunkt zum Endpunkt.

Dabei bedeutet: $\vec{a}$ um a nach rechts
$-\vec{a}$ um a nach links
$\vec{b}$ um b nach hinten
$-\vec{b}$ um b nach vorn
$\vec{c}$ um c nach oben
$-\vec{c}$ um c nach unten



Es sind vom Anfangspunkt zum Endpunkt verschiedene Wege denkbar; nachträgliches Vereinfachen führt auf das gleiche Schlussresultat.

a) $\overrightarrow{AG}$: z. B. von A nach B nach C nach G: $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
oder: von A nach E nach H nach G: $\overrightarrow{AG} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

b) $\overrightarrow{BF} = \vec{c}$

c) $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EH} = -\vec{a} + \vec{b}$

d) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

e) $\overrightarrow{BM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

f) $\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EH} = \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) + \vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ (dabei ist $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BM}$)

g) $\overrightarrow{NM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

h) $|\overrightarrow{AF}| = a\sqrt{2}$ (Diagonale im Quadrat)

i) $|\overrightarrow{AG}| = a\sqrt{3}$ (Pythagoras: $AG^2 = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$)

Aufgabe 6

siehe Buch