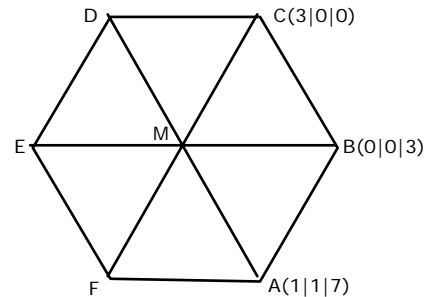


### Aufgabe 29

Eine sorgfältige Figur lohnt sich sehr!  
Nun sieht man, dass ABCM ein Parallelogramm bilden.



$$\begin{aligned} \text{a) } \quad \overline{OM} &= \overline{OA} + \overline{AM} \\ &= \overline{OA} + \overline{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow M(4|1|4) \end{aligned}$$

$$\text{b) } \quad \overline{OD} = \overline{OA} + 2 \cdot \overline{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow D(7|1|1)$$

$$\overline{OE} = \overline{OB} + 2 \cdot \overline{BM} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow E(8|2|5)$$

$$\overline{OF} = \overline{OC} + 2 \cdot \overline{CM} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow F(5|2|8)$$

### Aufgabe 30

Zeichnen Sie eine Schnittfigur, die alle wichtigen Punkte enthält.

$$\text{a) } \quad \overline{MA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow r^2 = MA^2 = 9 + 16 \Rightarrow r = 5$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 25\pi \cdot 25 = \frac{625\pi}{3}$$

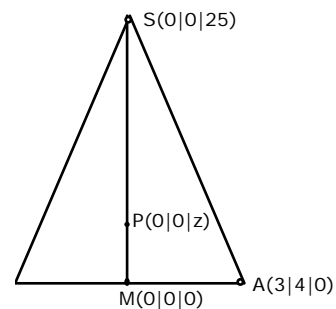
$$\text{b) } \quad PS = 25 - z \quad \overline{PA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -z \end{pmatrix}$$

$$PA^2 = PS^2$$

$$9 + 16 + z^2 = (25 - z)^2$$

$$50z = 600$$

$$z = 12 \quad \Rightarrow \quad P(0|0|12)$$



### Aufgabe 31

$\overline{AB}$  muss parallel zu  $\overline{AC}$  sein (z. B. )

$$\text{a) } \overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \overline{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 15 \end{pmatrix} \quad \overline{AC} = \frac{5}{2} \overline{AB} \Leftrightarrow \overline{AC} // \overline{AB}$$

die Punkte liegen auf einer Geraden.

$$\text{b) } \overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \overline{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overline{AC} \text{ ist nicht parallel zu } \overline{AB}$$

die Punkte liegen nicht auf einer Geraden.

### Aufgabe 32

Die Vektoren  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  und  $\overline{AD}$  (z. B. ) müssen komplanar sein,  
das heisst, das Gleichungssystem  $\overline{AD} = x \cdot \overline{AC} + y \cdot \overline{AB}$  muss lösbar sein.

$$\text{a) } \overline{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \overline{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \overline{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2x - 2y \\ -1 = 2x + y \\ -2 = 2x + 2y \end{cases}$$

Die erste Gleichung liefert:  $x = y$ , was wir in den beiden andern einsetzen:  $\begin{cases} -1 = 3x \\ -2 = 4x \end{cases}$ ,

dieses System hat keine Lösung, die Punkte sind nicht komplanar, liegen nicht in einer Ebene.

$$\text{b) } \overline{AD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \overline{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \overline{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5 = x + y \\ 2 = \quad + y \\ -4 = -2x + y \end{cases}$$

Die zweite Gleichung liefert:  $y = 2$ , was wir in den andern einsetzen:  $\begin{cases} 5 = x + 2 \\ -4 = -2x + 2 \end{cases}$ ,

dieses System hat die Lösung  $x = 3$

Es ist:  $\overline{AD} = 3 \cdot \overline{AC} + 2 \cdot \overline{AB}$ , die Punkte sind komplanar, liegen in einer Ebene.