

Aufgabe 9

a) $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

c) $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) $3\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

e) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+1+4} = \sqrt{14}$

d) $|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{14}$

Aufgabe 10

Wie im Buch; oder:

Sei $D(x|y|z)$

dann gilt: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-8 \\ y-5 \\ z-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x=0, y=3, z=0 \text{ und } D(0|3|0)$

Aufgabe 11

$$\overrightarrow{OS} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$3\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow C(5|-4|5)$$

Variante im Buch

Aufgabe 12

$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow D(3|5|2)$$

$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow D(7|12|7)$$

Variante im Buch

Aufgabe 13

a) $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 1x \\ -3x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1y \\ 1y \\ 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2z \\ 2z \\ -3z \end{pmatrix}$$

daraus ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 1 = 2x - y + 2z \\ 0 = x + y + 2z \\ -1 = -3x + 2y - 3z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 3x + 4z \\ 1 = x + z \end{cases} \Rightarrow x = 3, \quad z = -2, \quad y = 1$$

$$\vec{v} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$$

b) Analog zu a) ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 5 = -4x - 3y + z \\ 3 = 2x + y + z \\ 1 = \quad + y - 3z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11 = -y + 3z \\ 1 = y - 3z \end{cases} \Rightarrow 0 = 10$$

d.h. das Gleichungssystem hat keine Lösung, die vier Vektoren sind nicht komplanar

Aufgabe 14

a) $\overline{AB} = \overline{DC}$? $\begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 11 \\ -9 \end{pmatrix}$, das Viereck ist ein Parallelogramm.

b) $\overline{AB} = \overline{DC}$? $\begin{pmatrix} -9 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$, das Viereck ist kein Parallelogramm.

Aufgabe 15

Ein Rhombus ist ein Parallelogramm mit gleich langen Seiten.

- $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \overline{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, das Viereck ist ein Parallelogramm.
- $AB = \sqrt{4+1+4} = 3$, $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow AD = \sqrt{1+4+4} = 3 = AB$