

–Berechnen Sie die folgenden Vektorprodukte ohne Taschenrechner:

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3t \\ 3 \\ 2t \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ t-1 \\ 2t \end{pmatrix}$

Zur Erinnerung:

Determinanten berechnet man wie folgt: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

z. B. $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 24 - 5 = 19$ $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 9 & -3 \end{vmatrix} = 6 - 45 = -39$ $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -8 & 10 \end{vmatrix} = 30 - (-56) = 86$

Vektorprodukt 1. Art:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Schreiben Sie die erste Zahlenreihe zuunterst noch einmal hin.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Berechnung des x-Wertes:
 x-Zeile zudecken (z. B. mit einem Bleistift)
 darunter stehende Determinante berechnen: $x = 35 - 8 = 27$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Berechnung des y-Wertes:
 y-Zeile zudecken (z. B. mit einem Bleistift)
 darunter stehende Determinante berechnen: $y = 32 - 21 = 11$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Berechnung des z-Wertes:
 z-Zeile zudecken (z. B. mit einem Bleistift)
 darüber stehende Determinante berechnen: $z = 3 - 20 = -17$

Damit erhalten wir: $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 11 \\ -17 \end{pmatrix}$

$$b) \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-20 \\ -12-16 \\ -10-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ -28 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Vektorprodukt 2. Art:

Folgendes Vorbereiten: $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3t \\ 3 \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \\ \\ \end{pmatrix}$

x-Wert berechnen: $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \\ \end{pmatrix}$ $x = 8t - (-9) = 8t + 9$

y-Wert berechnen: $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3t \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \\ \end{pmatrix}$ $(10t - (-9t)) = 19t$ hinter das Minuszeichen zu schreiben!

z-Wert berechnen: $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3t \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \\ \end{pmatrix}$ $z = 15 - 12t$

Damit erhalten wir: $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3t \\ 3 \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 + 8t \\ - 19t \\ 15 - 12t \end{pmatrix}$

$$d) \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t \\ t-1 \\ 2t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8t - 3(t-1) \\ - (4t - 3t) \\ 2(t-1) + 4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 11t \\ -t \\ 6t - 2 \end{pmatrix}$$

Lernen Sie **eine** der beiden Methoden!

Sie benötigen Sie für Aufgaben, die neben Zahlen auch Variable enthalten.

Zum Üben: weitere Zahlenaufgaben selber erfinden, auf die 1. oder 2. Art lösen, mit TR-Programm kontrollieren.