Bestimmen Sie den Durchstosspunkt der Geraden g mit der Ebene E.

a) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad E: 3x - y + 4z = 15$

b) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad E: 5x + 6y - 2z = 20$

c) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad E: 4y - 3z + 27 = 0$

---

a) Im Grunde genommen haben wir bei dieser Aufgabe ein System von 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten zu lösen:

$$\left| \begin{array}{r} x = -4 + 2t \\ y = -10 + 3t \\ z = 8 - 2t \\ 3x - 4y + 4z = 15 \end{array} \right|$$

Dieses ist sehr zu einfach zu lösen, weil wir die ersten drei Gleichungen in die vierte einsetzen können, und so auf einen Streich drei Unbekannte eliminieren.

Ein **Tipp:** konzentrieren Sie sich vorerst auf die Ebene und schreiben Sie

$$3(\qquad) - (\qquad) + 4(\qquad) = 15$$

wenden Sie sich dann der Geraden zu und setzen Sie die Unbekannten ein.

$$3(-4 + 2t) - (-10 + 3t) + 4(8 - 2t) = 15$$

Mit diesem Vorgehen vermeiden Sie Flüchtigkeitsfehler!

Die letzte Gleichung hat die Lösung: $t = 3$

Eingesetzt in: $x = -4 + 6 = 2$
$y = -10 + 9 = -1$
$z = 8 - 6 = 2$ $\qquad$ **D (2 | − 1 | 2)**

b) Gleichung:

$$\begin{aligned} 5(-1+5t)+6(\ \ 0)-2(-1+t) &= 20 \\ 23t &= 23 \\ t &= 1 \end{aligned}$$

Die Lösung ergibt den Durchstosspunkt **D (4 | 0 | 0)**.

c) Gleichung:

$$\begin{aligned} 4(2+3t)-3(9+4t)+27 &= 0 \\ -19 &= 0 \end{aligned}$$

Die Gleichung hat keine Lösung, die Gerade ist parallel zur Ebene!
Das liesse sich zum Beispiel auch zeigen durch:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 12 - 12 = 0$$

Normalenvektor der Ebene und Richtungsvektor der Geraden stehen senkrecht aufeinander.!